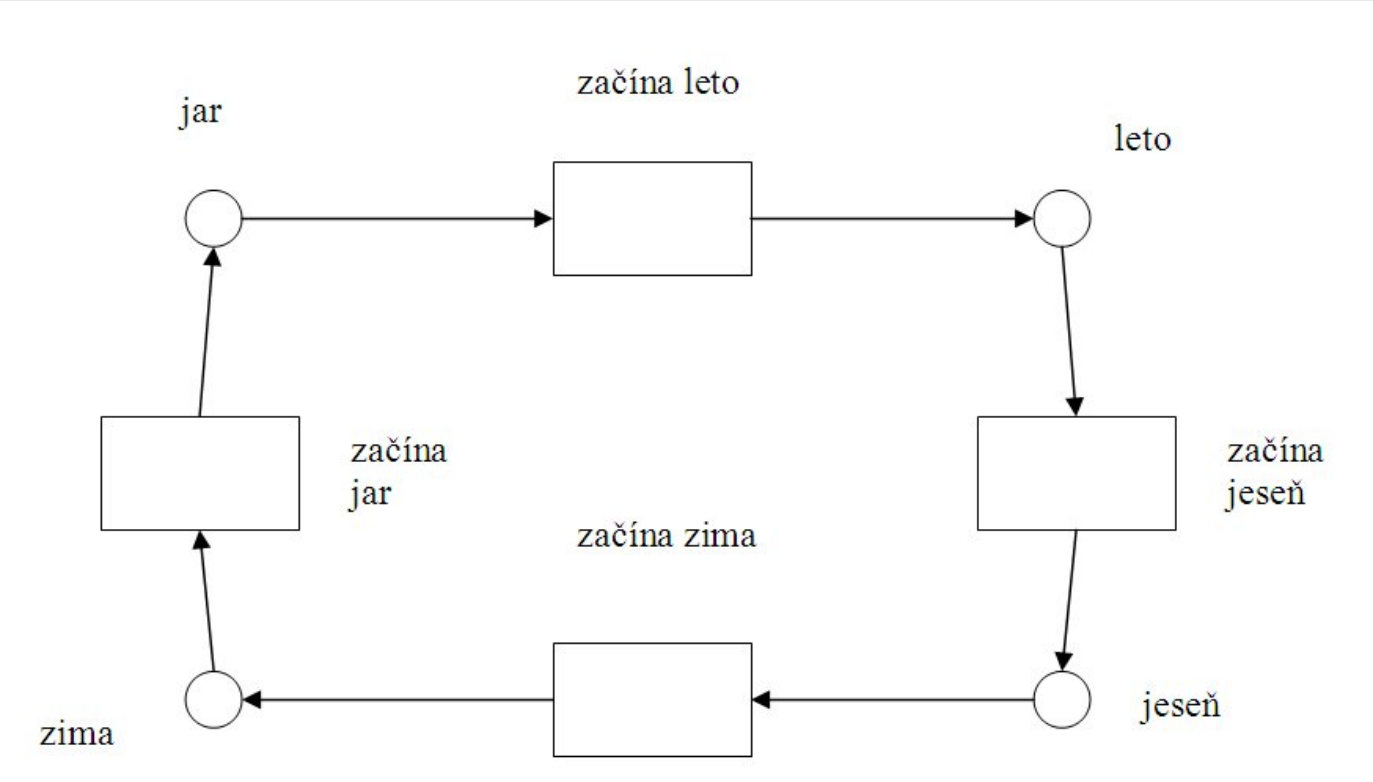
Modely konkurentných systémov
Formálne metódy tvorby softvéru

Damas Gruska

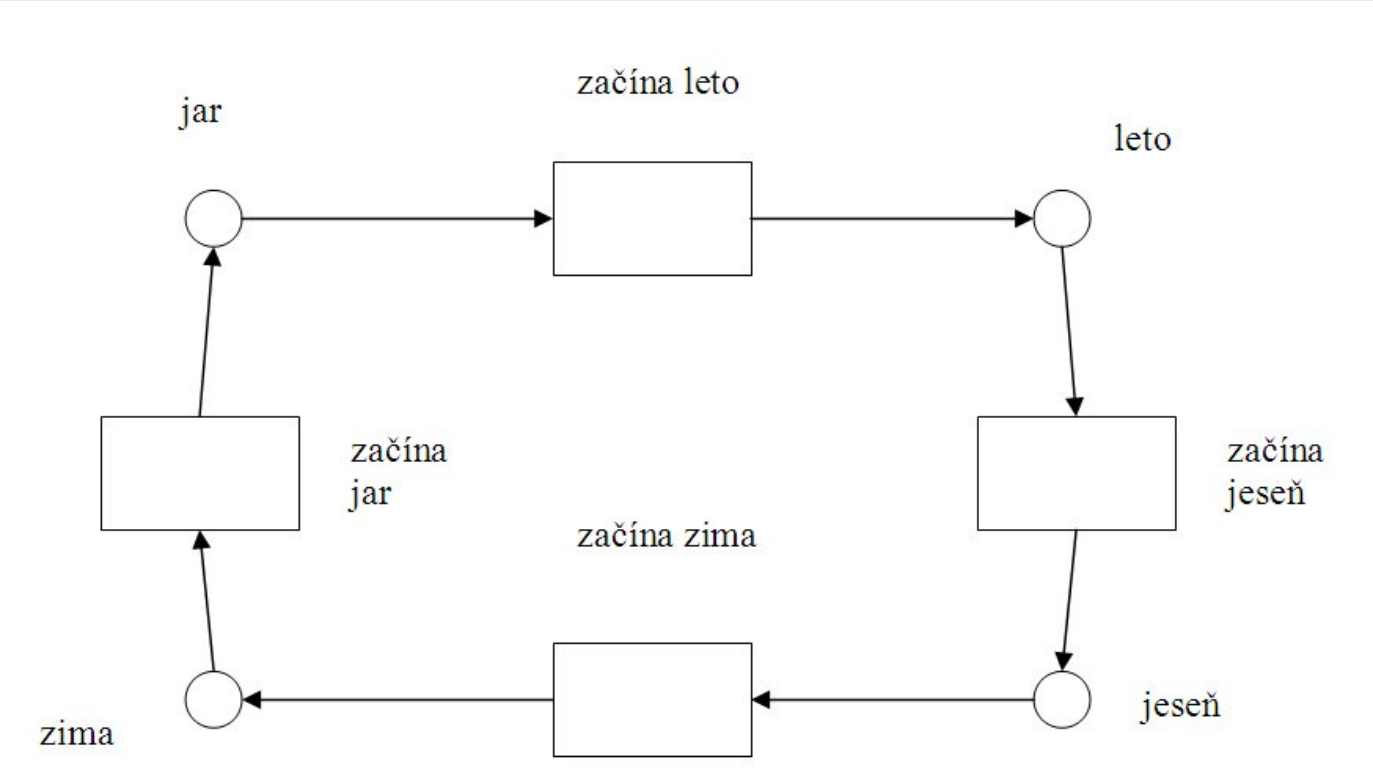
Katedra aplikovanej informatiky, I20, gruska@fmph.uniba.sk

Prednáška 7.

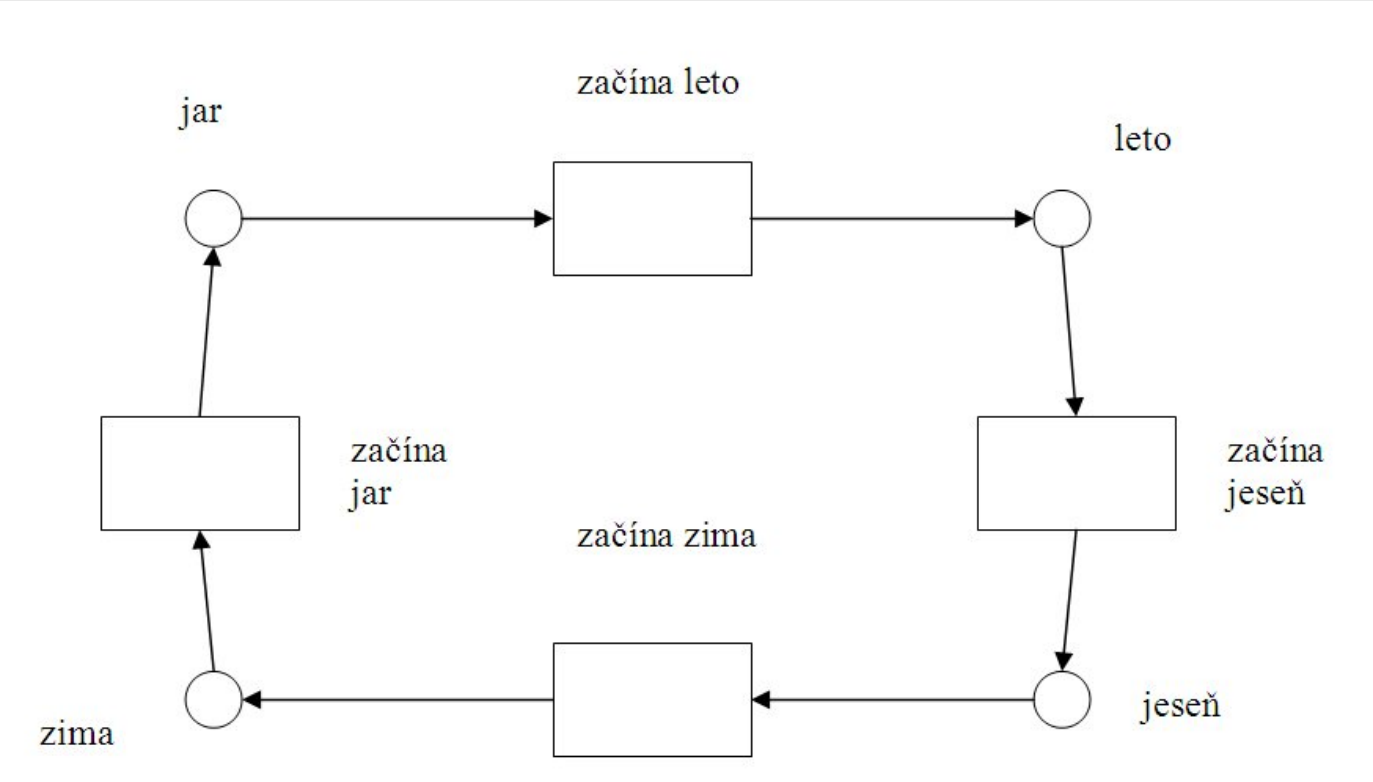
Petriho siete



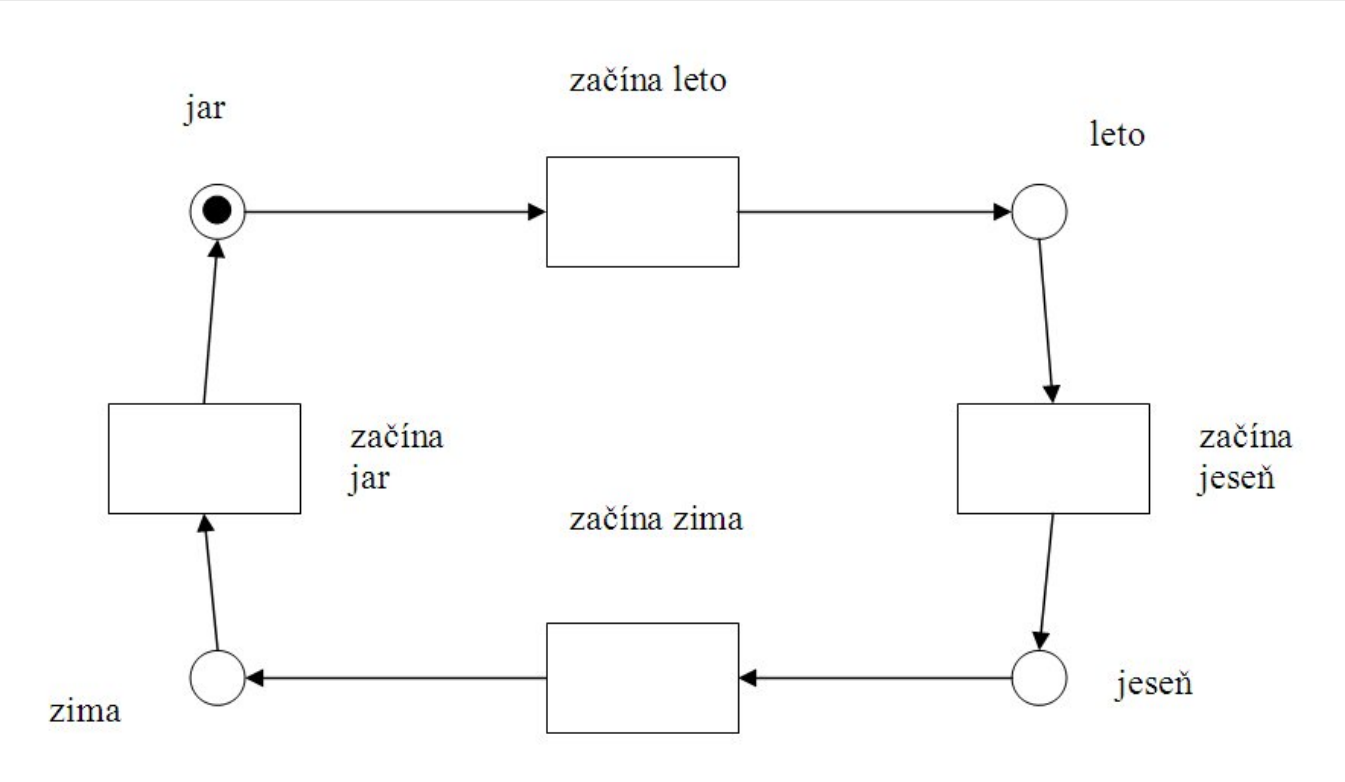
Petriho siete



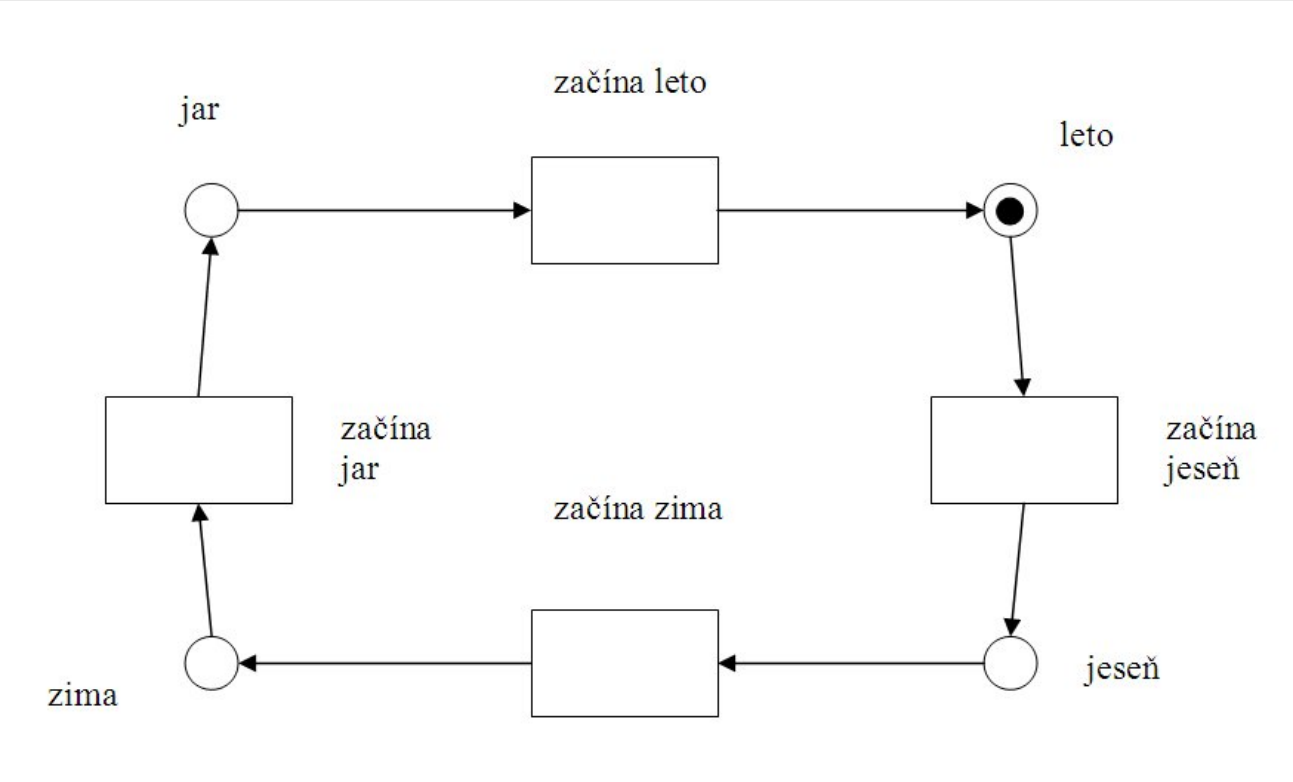
Petriho siete



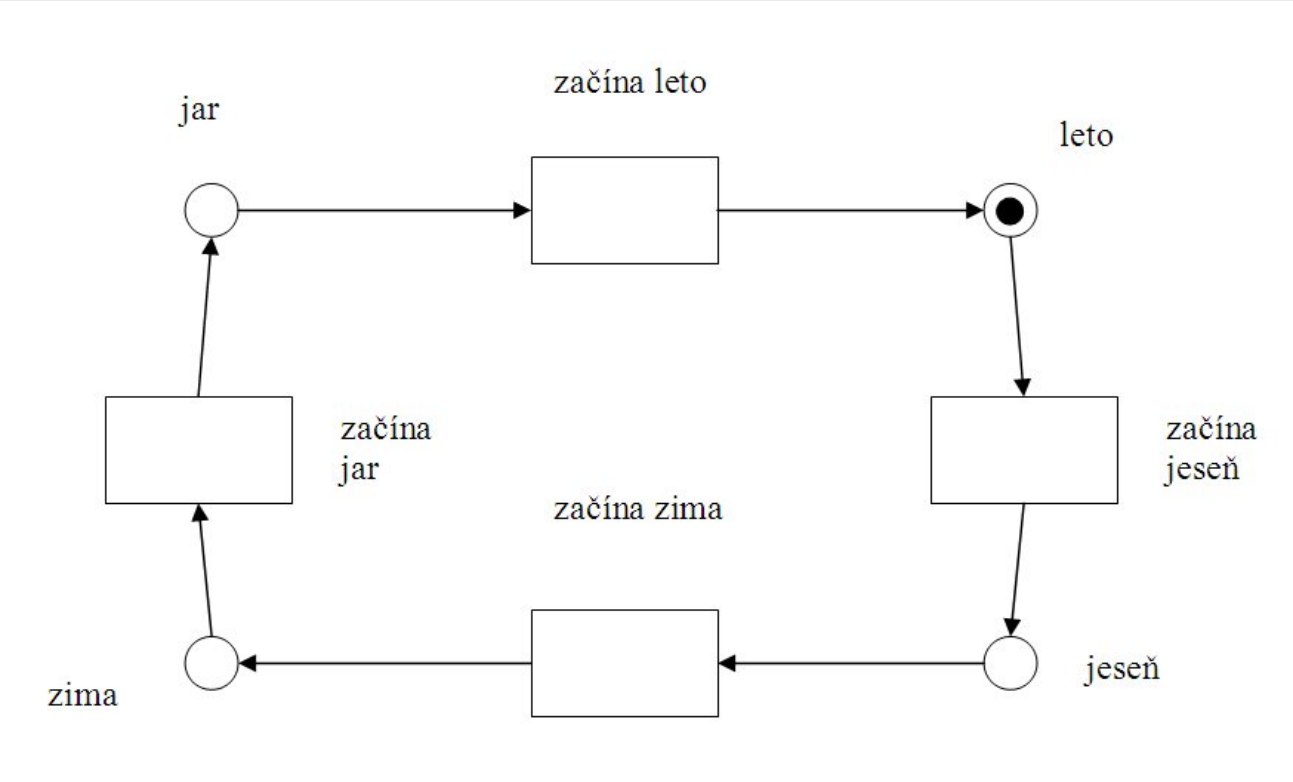
Petriho siete



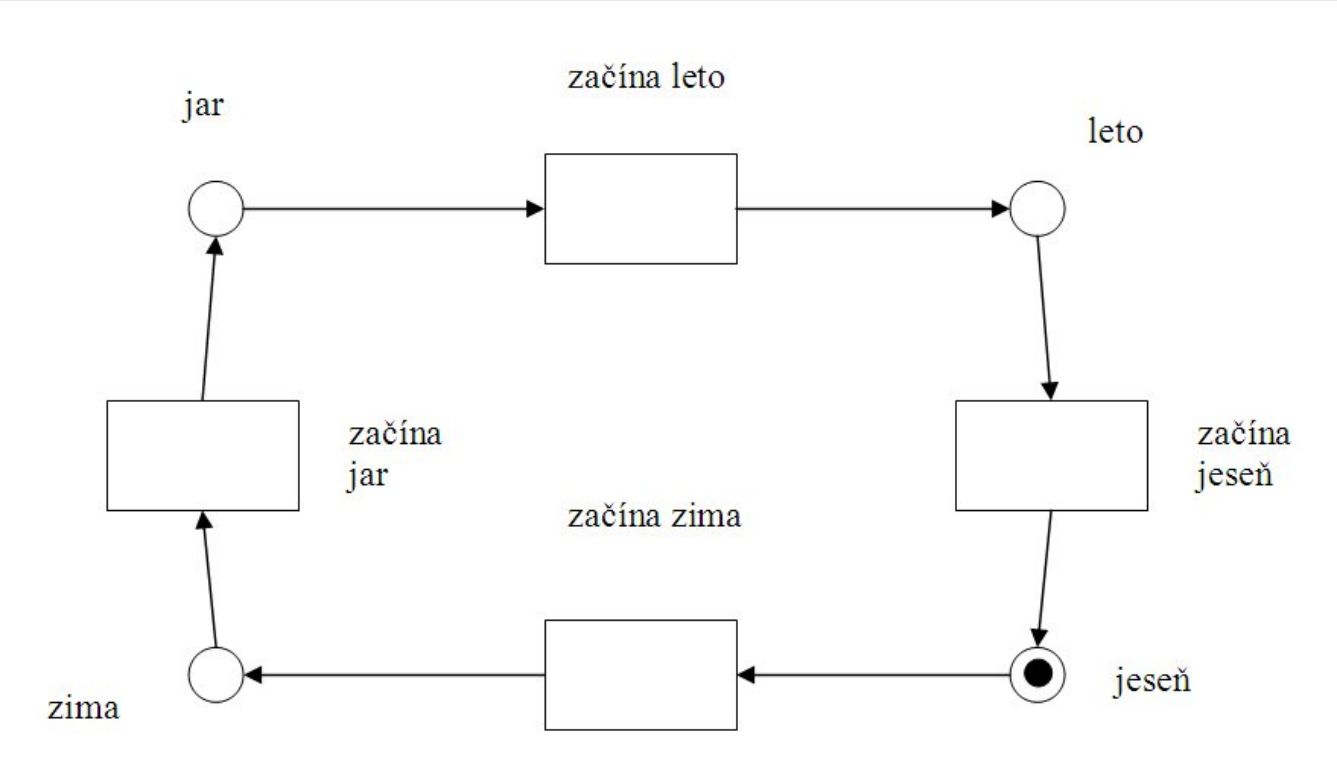
Petriho siete



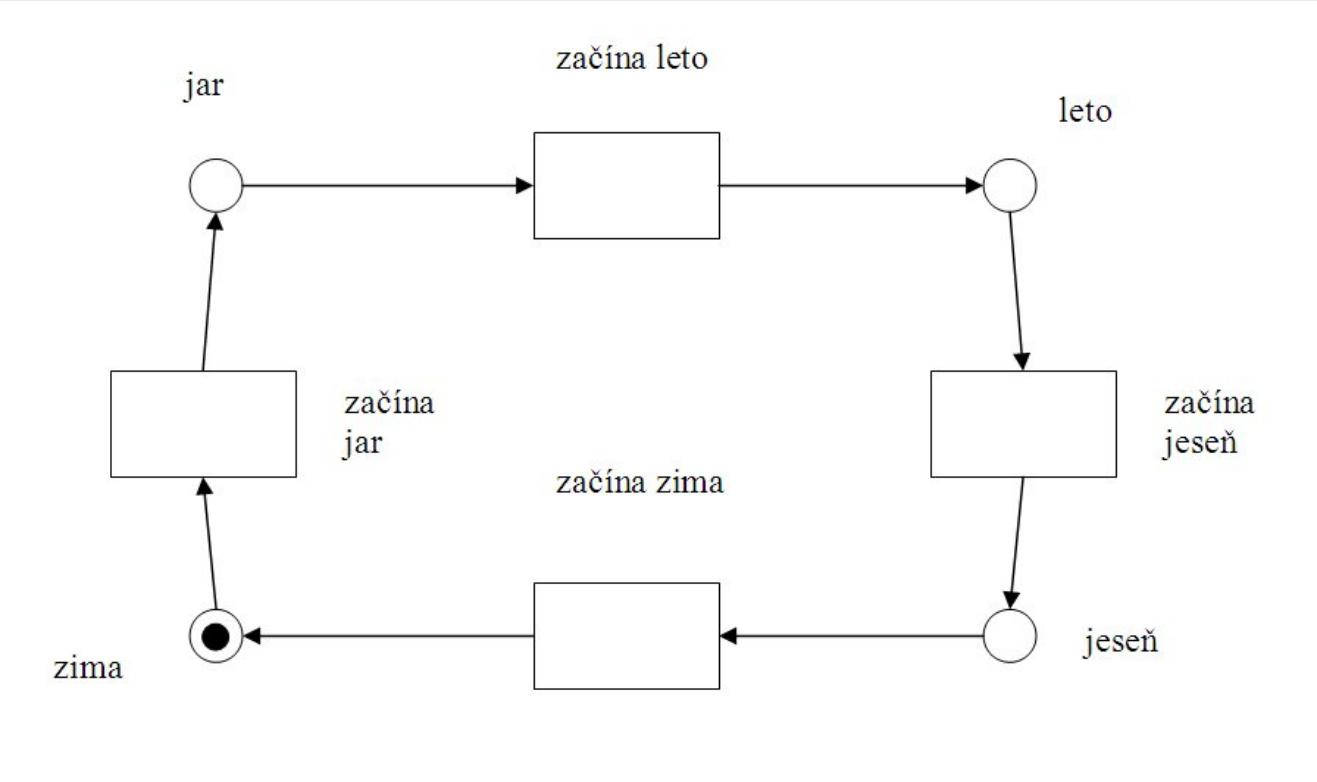
Petriho siete



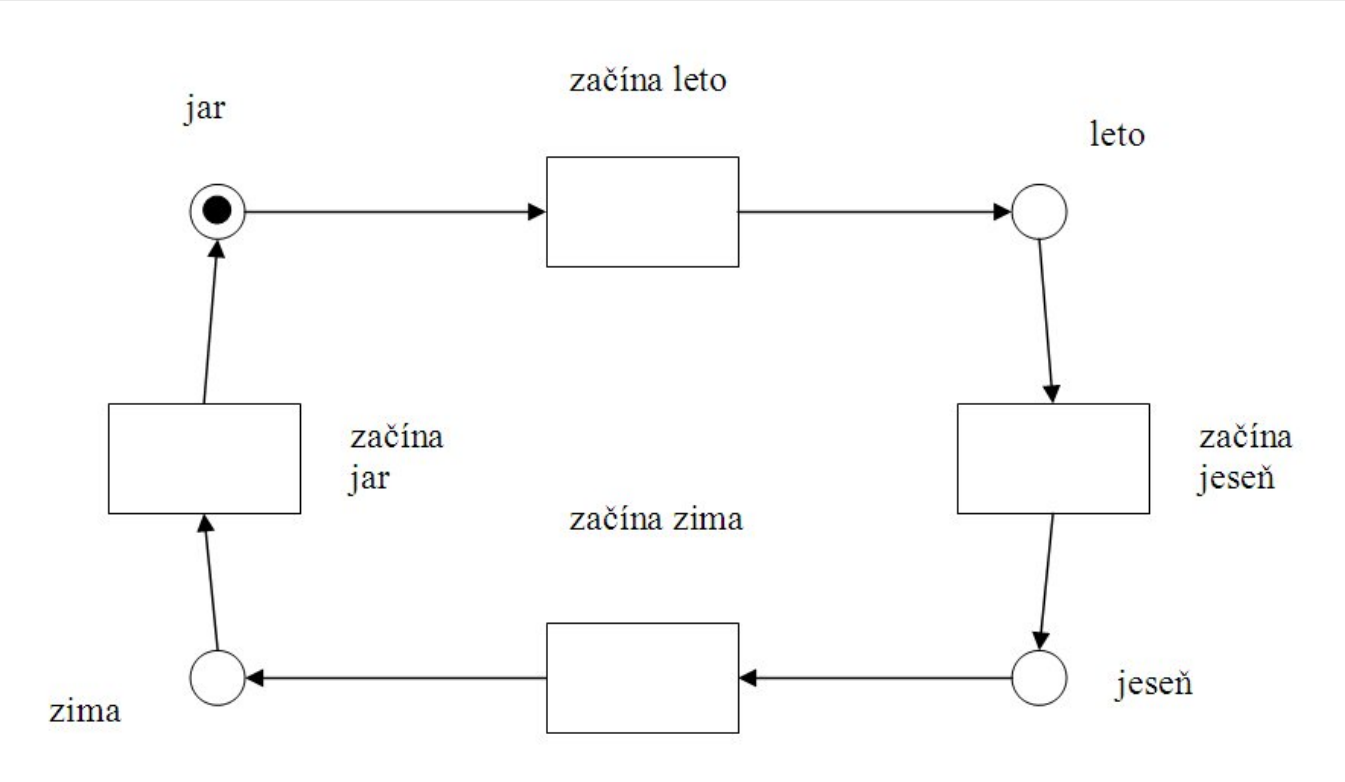
Petriho siete



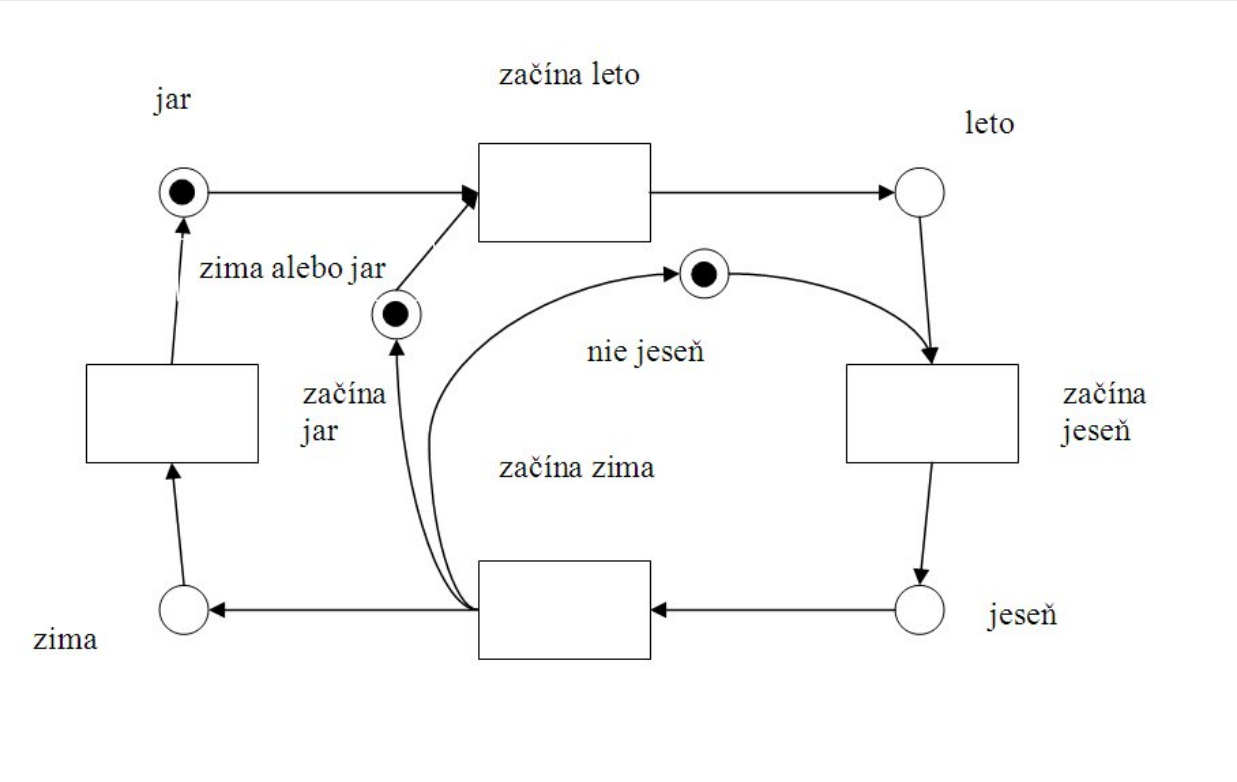
Petriho siete



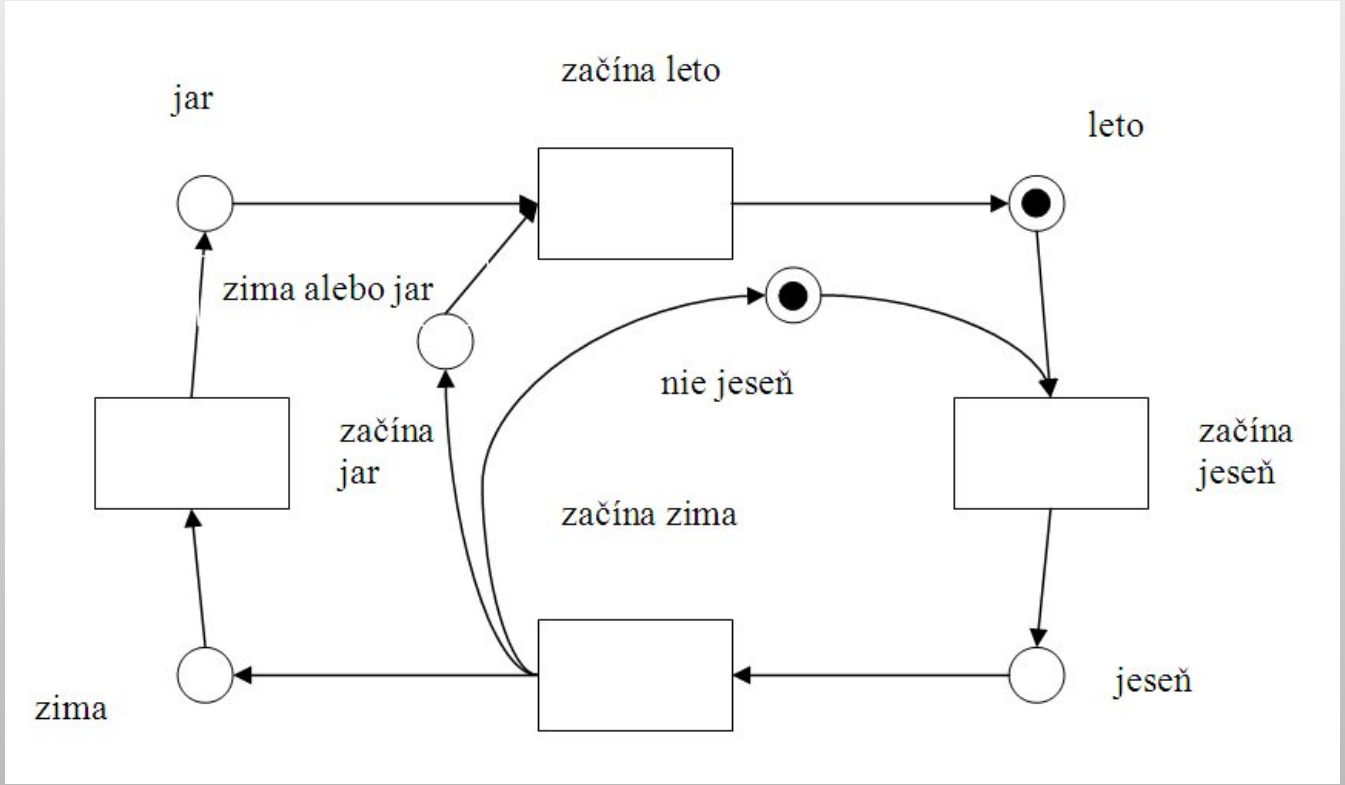
Petriho siete



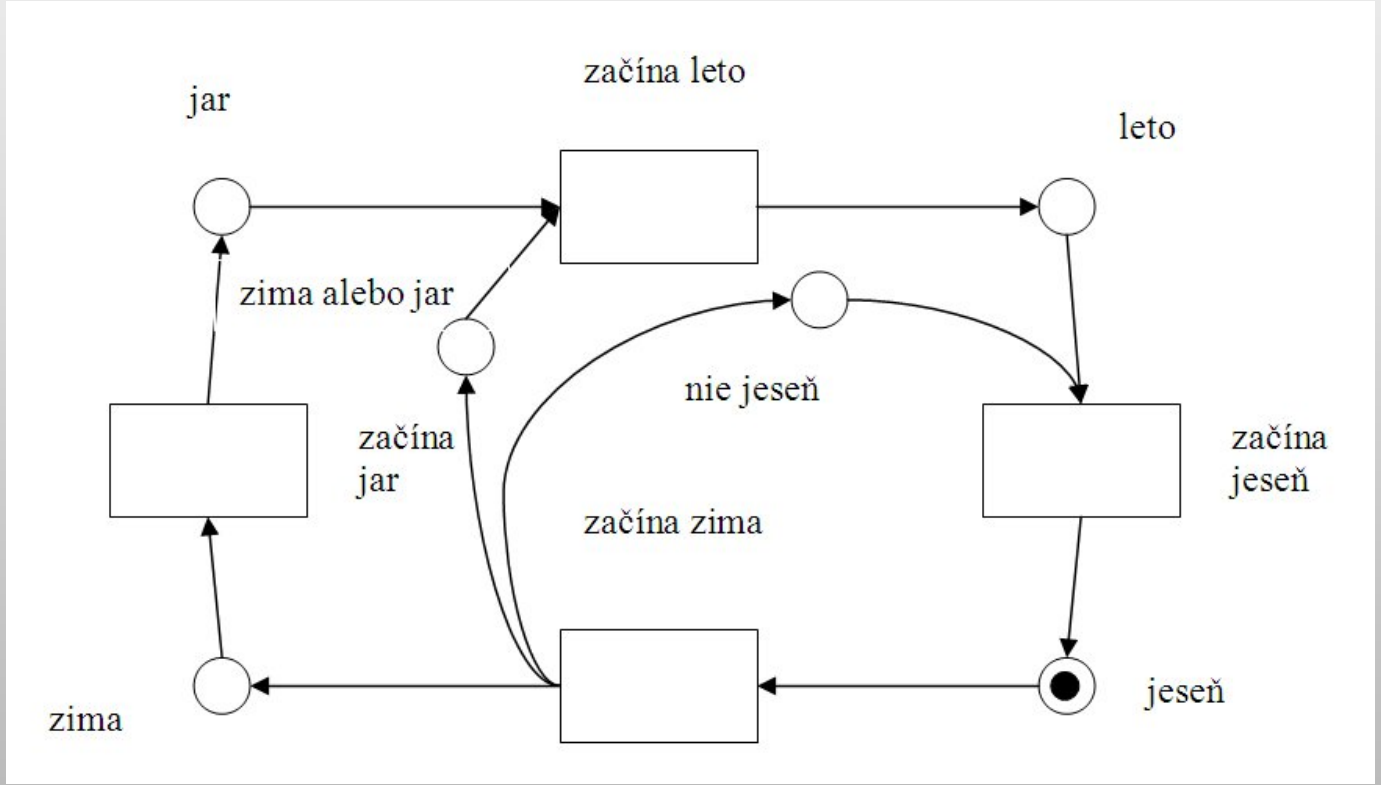
Petriho siete



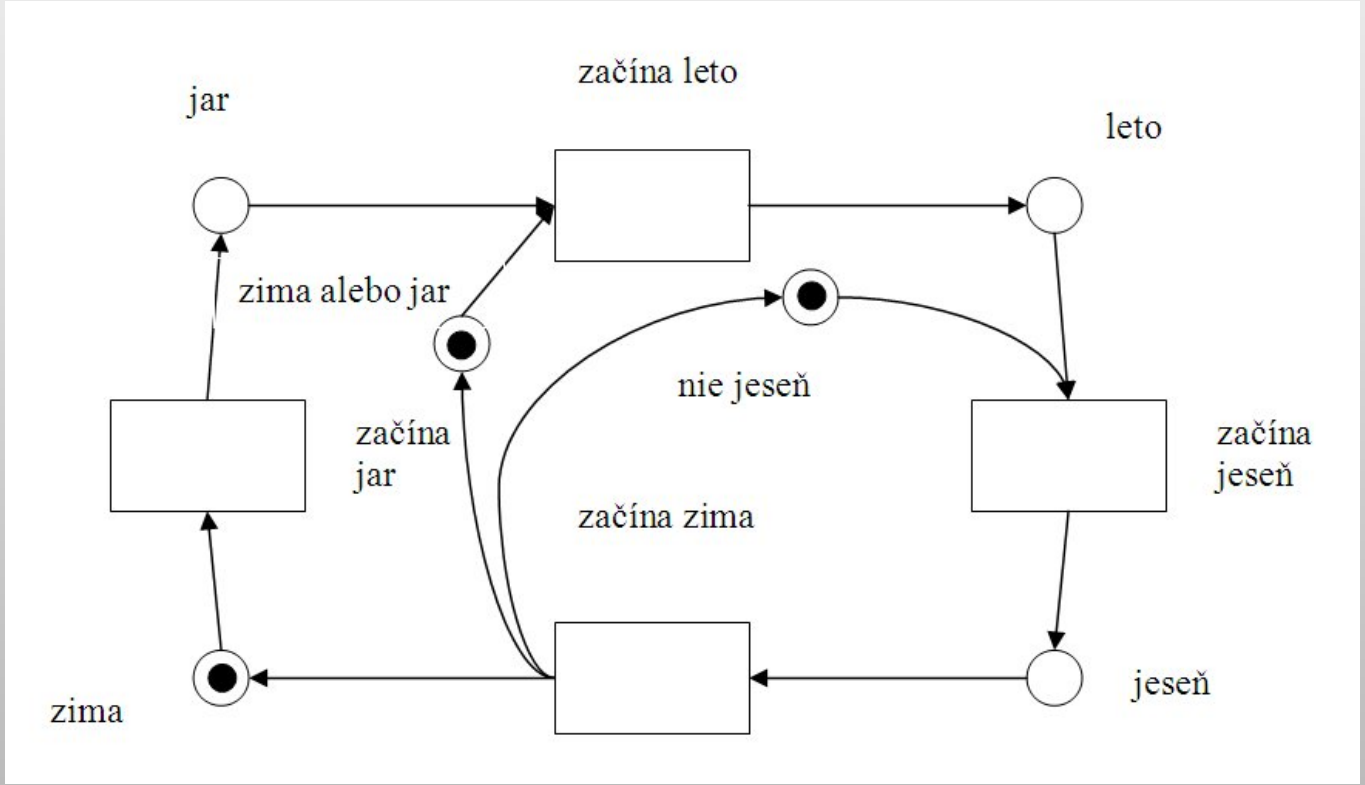
Petriho siete



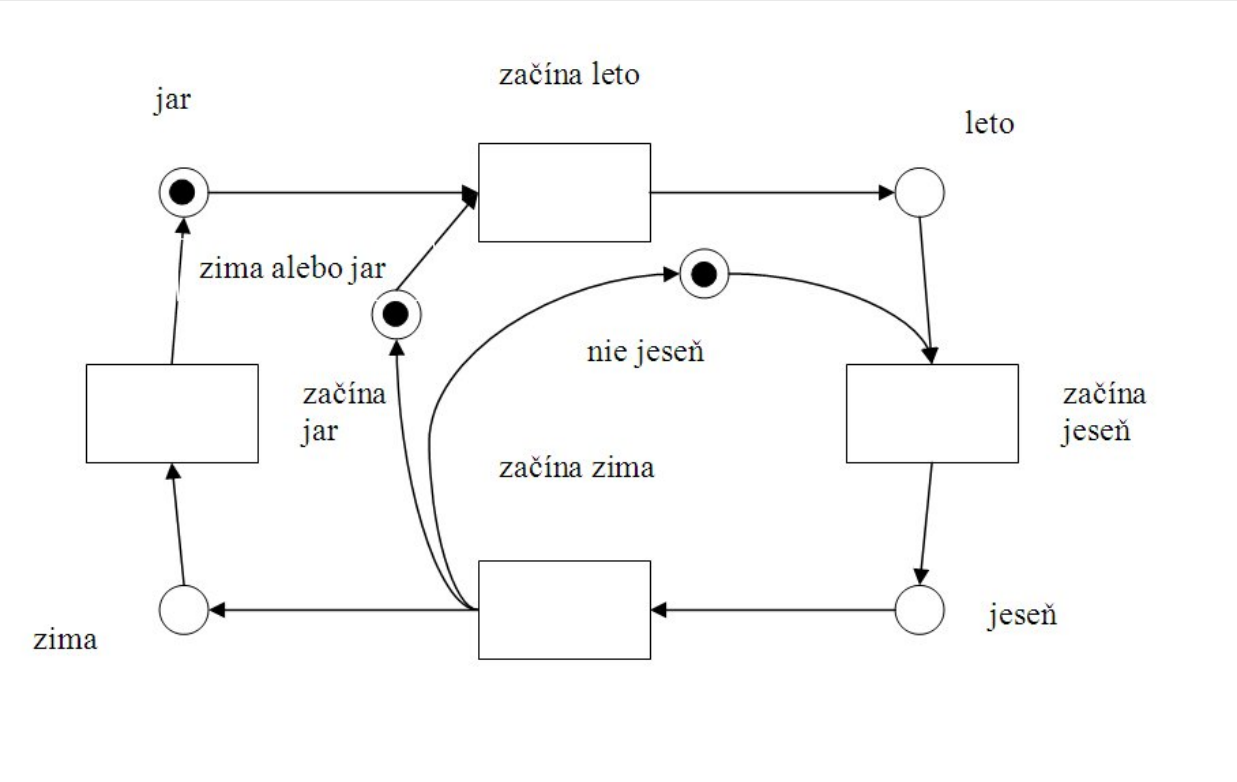
Petriho siete



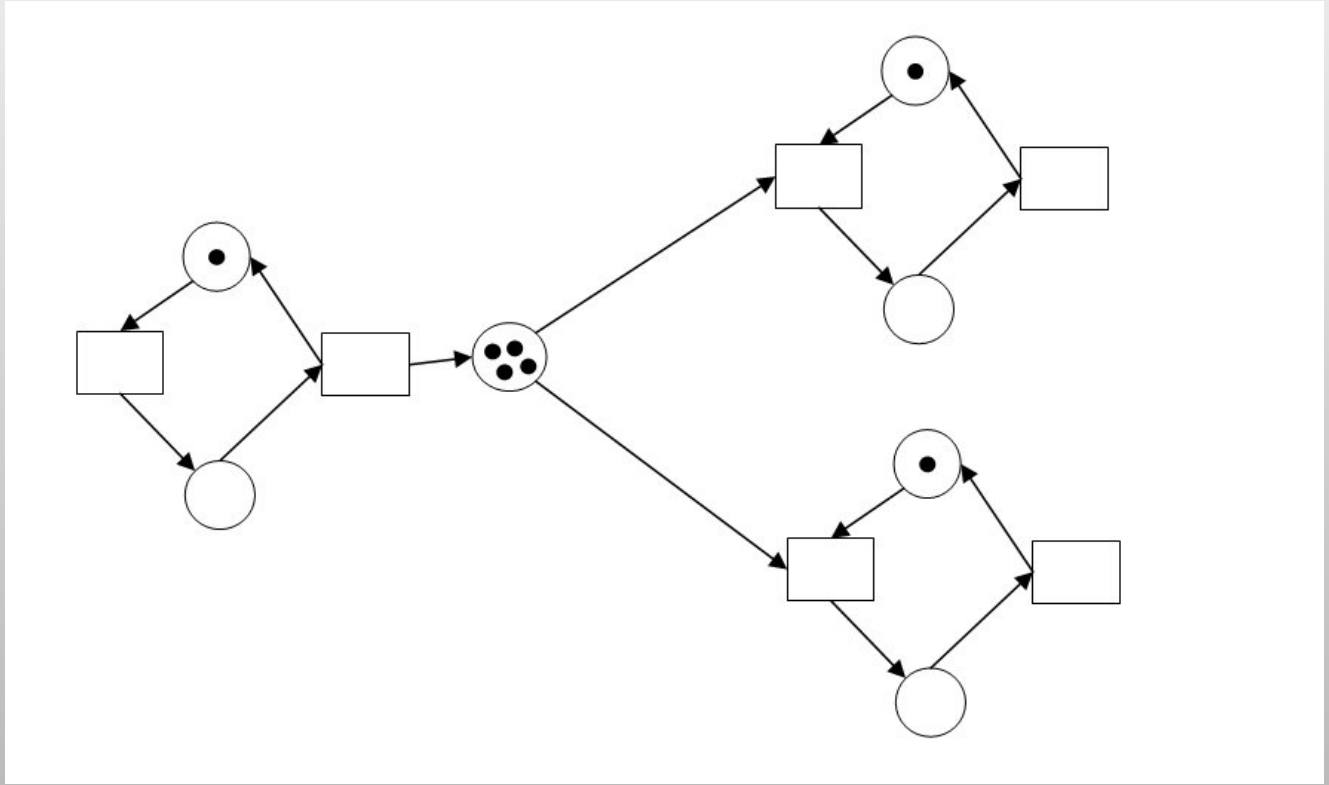
Petriho siete



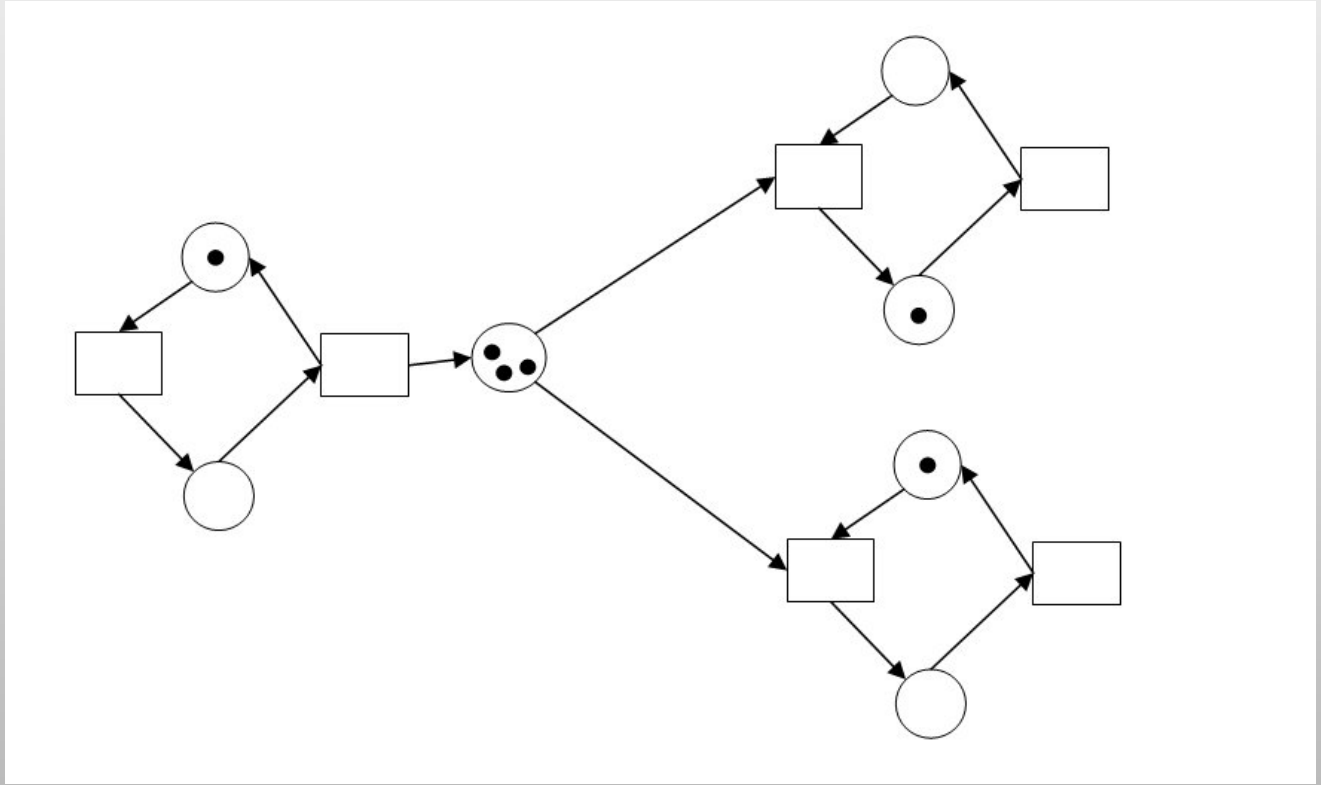
Petriho siete



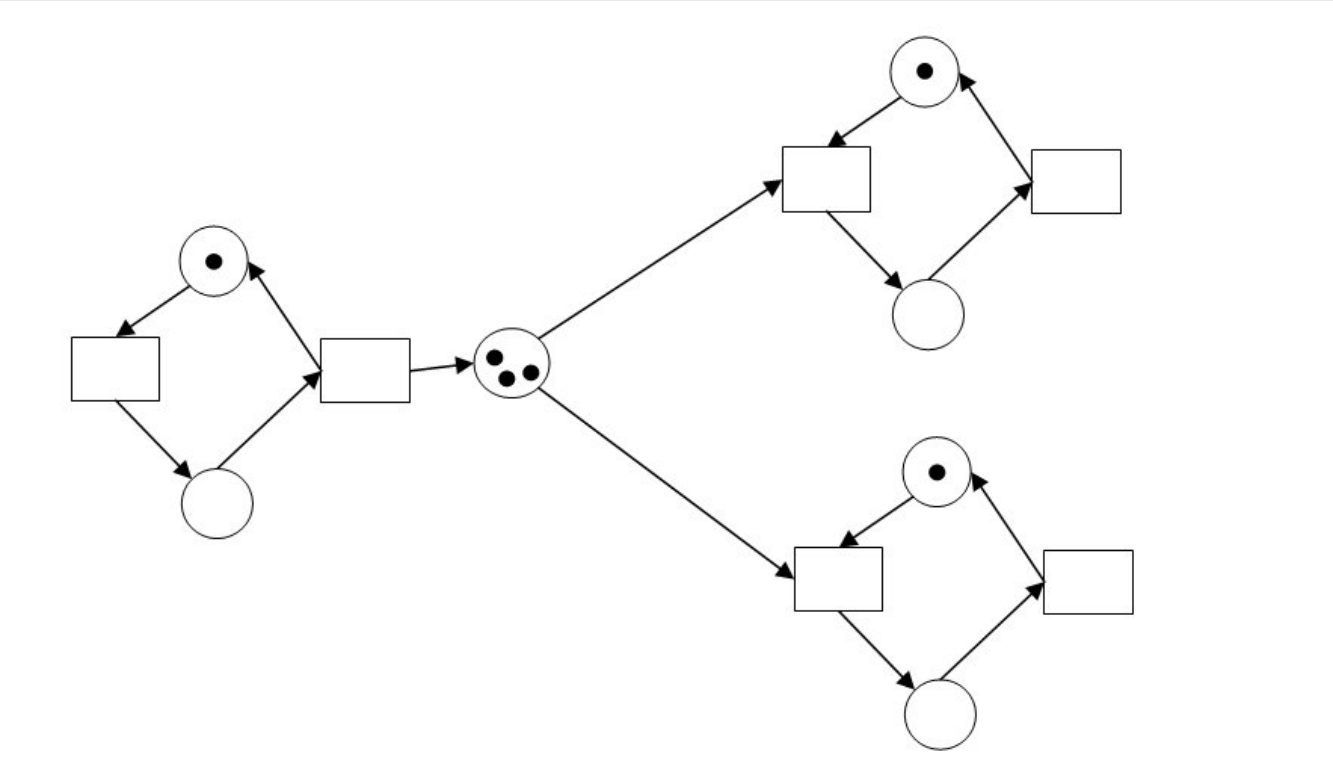
Petriho siete



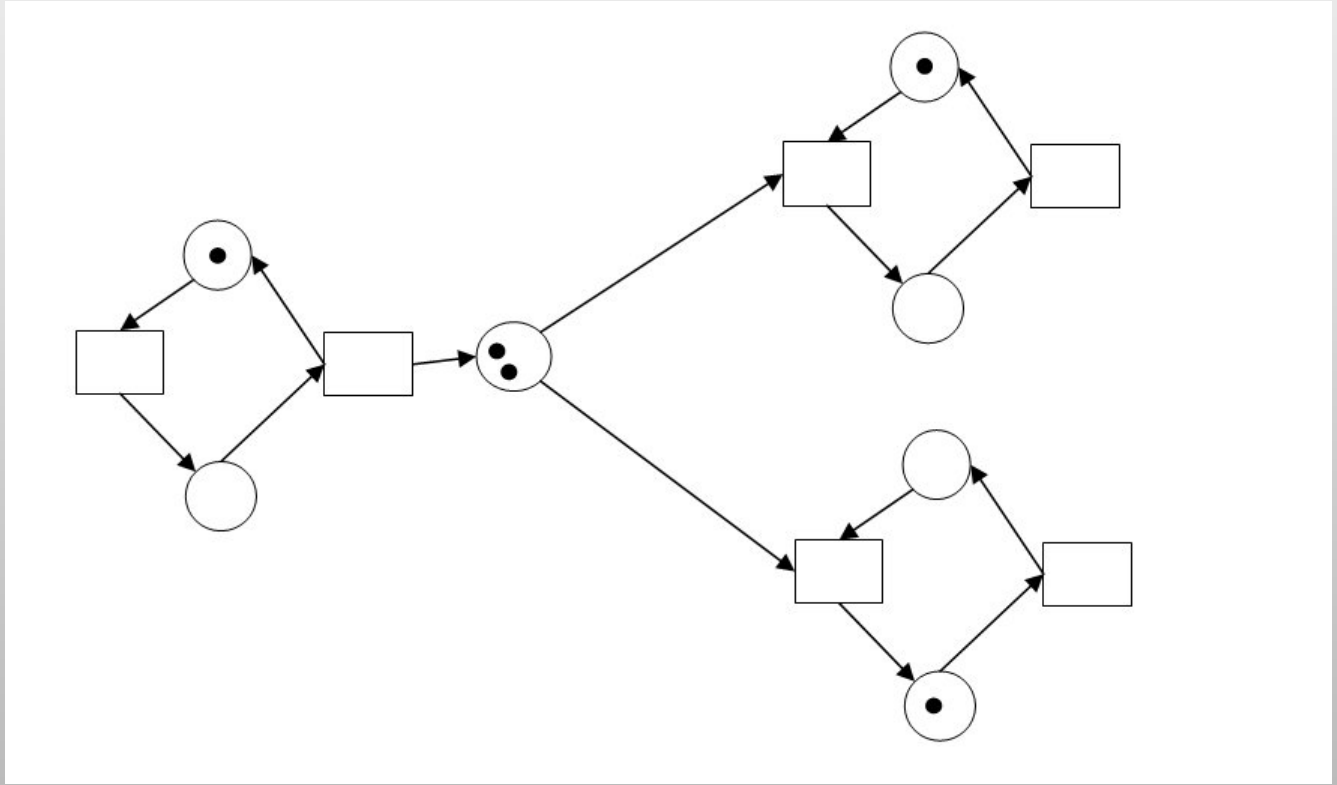
Petriho siete



Petriho siete



Petriho siete



Definition

Trojica $N = (P, T, F)$ je sieť iff
i) P a T sú disjunktné množiny miest a prechodov
ii) $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$

Definition

Nech $N = (P, T, F)$ je sieť

i) $x \in P \cup T$

${}^*x = \{y | yFx\} \ldots$ preset x

$x^* = \{y | xFy\} \ldots$ postset x

${}^*X = \bigcup_{x \in X} {}^*x$

$X^* = \bigcup_{x \in X} x^*$

$x \in {}^*y$ iff $y \in x^*$

ii) dvojica $(p, e) \in P \times T$ je slučka iff pFe a eFp. N sa volá bezslučková, ak neobsahuje slučky.

iii) x je izolovaný iff ${}^*x \cup x^* = \emptyset$

iv) N je jednoduchá ak rôzne prvky nemajú rovnaké preset a postset, i.e. $\forall x, y$ platí $({}^*x = {}^*y) \wedge (x^* = y^*) \Rightarrow x = y$

Definition

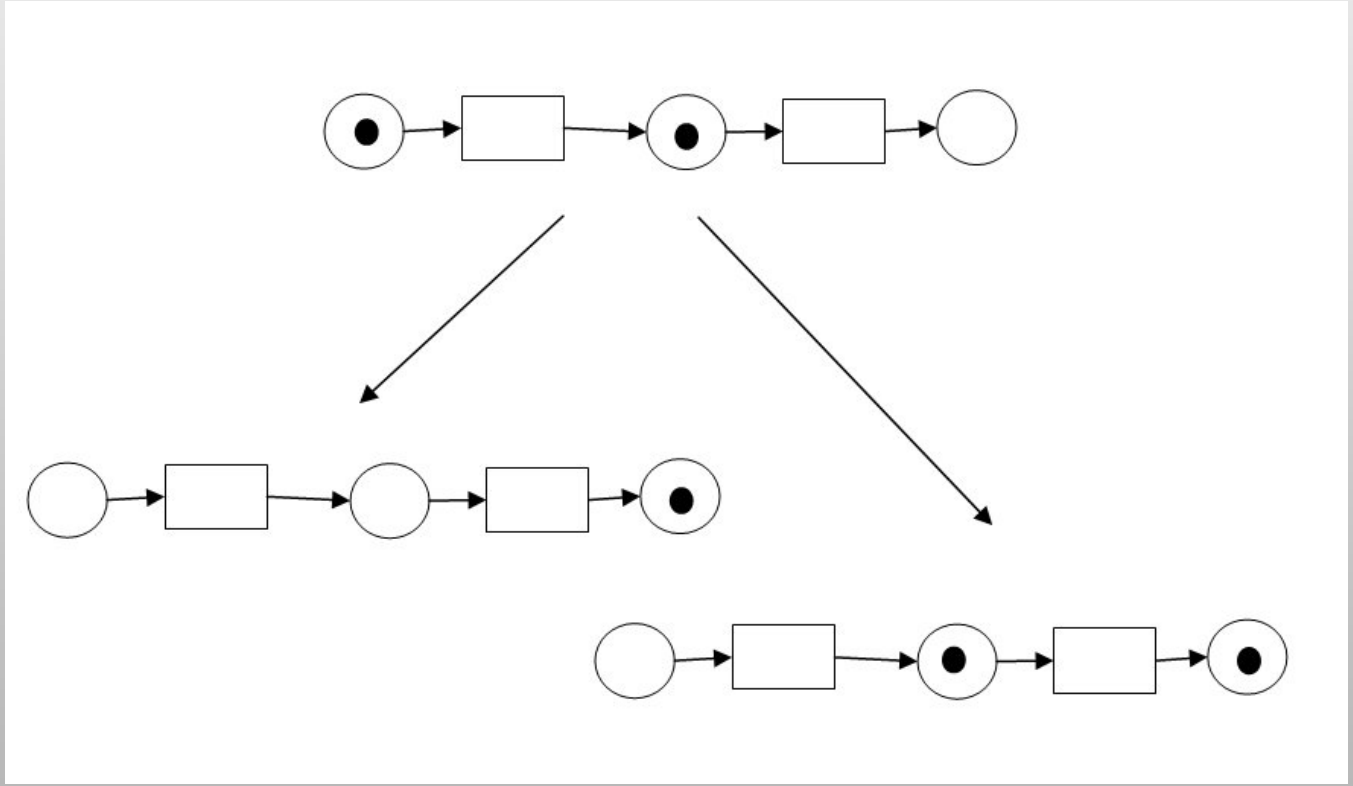
Nech $N = (P, T, F)$ je sieť

i) $c \subseteq P$ sa volá prípad (case)

ii) nech $e \in T$ a $c \subseteq P$, udalosť e je c-umožnená iff ${}^*e \subseteq c$ a $e^* \cap c = \emptyset$

iii) nech $e \in T$, $c \subseteq P$ a e je c-umožnená. Potom $c' = (c \setminus {}^*e) \cup e^*$ je výsledkom vykonania e (označenie $c[e > c'$)

Čo by sa stalo, keby sme vynechali podmienku $e^* \cap c = \emptyset$:



Definition

Nech $N = (P, T, F)$ je sieť
i) množina $G \subseteq T$ je nezávislá iff
$\forall e_1, e_2 \in G, e_1 \neq e_2 \Rightarrow {}^*e_1 \cap {}^*e_2 = \emptyset$ a $e_1^* \cap e_2^* = \emptyset$
ii) nech c a c' sú prípady a G nezavíslá. G sa volá krok z c do c' $(c[G > c')$ iff $\forall e \in G$ je c-umožnená a $c' = (c \setminus {}^*G) \cup G^*$

Poznámka: prechody z G možno urobiť i sekvenčne v ľubovolnom poradí s rovnakým výsledkom.

Condition / Event Systémy

Condition / Event Systém nie je plne popísaný pokiaľ neurčíme množinu prípadov C. Táto by mala spĺňať nasledovné podmienky:
i) Ak krok G je možný v prípade $c, c \in C$ tak aj výsledok bude opäť v C,
ii) naopak, ak prípad $c, c \in C$ je výsledkom kroku G tak aj prípad, z ktorého to vzišlo musí byť opäť v C,
iii) všetky prípady v C môžu byť na seba transformované (striedavo - dopredu i dozadu),
iv) každý prechod je c-umožnený pre nejaké c a každé miesto patrí do nejakého c a nepatrí do nejakého c'.

Definition

Štvorica $\Sigma = (P, T, F, C)$ je Condition / Event Systém (C/E systém) iff
i) (P, T, F) je jednoduchá sieť bez izolovaných prvkov a $P \cup T \neq \emptyset$,
ii) $C \subseteq \mathcal{P}(P)$ je trieda ekvivalencie relácie $R_\Sigma = (r_\Sigma \cup r_\Sigma^{-1})^*$ kde $c_1 r_\Sigma c_2$ iff $\exists G, G \subseteq T, C_1[G > c_2$. C je trieda prípadov,
iii) $\forall e, e \in T, \exists c, c \in C$ také, že e je c-umožnený,
iv) $\forall p, p \in P, \exists c, c', c \in C, c' \in C$ také, že $p \in c$ a $p \notin c'$.

Condition / Event Systémy

Úloha: Napíšte Condition / Event Systémy odpovedajúce nasledujúcim procesom:

$a.Nil$

$a.b.c.Nil$

$a.Nil|b.Nil$

$a.Nil|\bar{a}.Nil$

$a.b.Nil|c.d.Nil$

$a.c.Nil|b.\bar{c}.Nil$

$(a.c.Nil|b.\bar{c}.Nil) \setminus \{c\}$

$a.Nil|b.Nil|c.Nil|d.Nil$

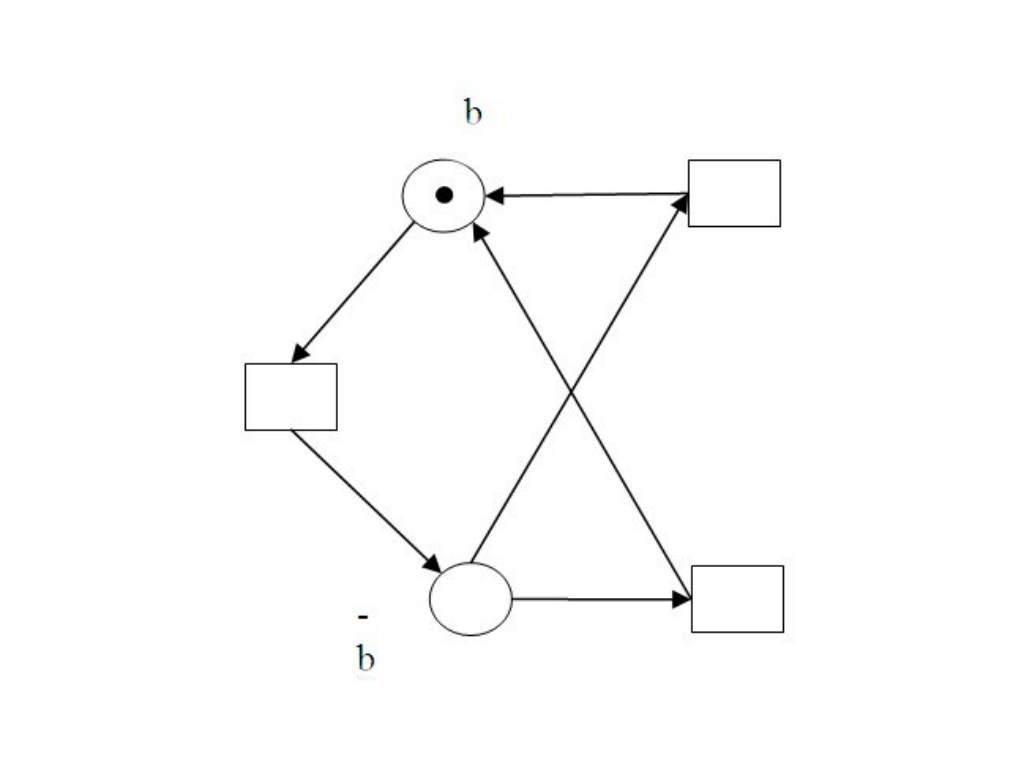
$\mu X tick.X$

$\mu X(tick.X + tick.Nil)$

Bezkontaktné C/E systémy

Definition

Nech $\Sigma = (P, T, F, C)$ je Condition / Event Systém (C/E systém) a $b, \bar{b} \in P$.
i)$\bar{b}$ je komplement b iff ${}^*b = \bar{b}^*$ a ${}^*\bar{b} = b^*$
ii) Σ je úplná ak pre každé b existuje komplement $\bar{b}$. (Ľahko vidno, že môže byť len jeden, keďže (P, T, F) je jednoduchá.



Bezkontaktné C/E systémy

Definition

Σ_1 a Σ_2 sú ekvivalentné ($\Sigma \simeq \Sigma'$) ak existujú bijekcie f, g medzi C_1 a C_2 a medzi T_1 a T_2 také, že

$$c[G > c' \Leftrightarrow f(c)[g(G) > f(c')$$

Definition

Σ je bezkontaktný iff $\forall e, e \in T, \forall c, c \in C$:

i) ${}^*e \subseteq c \Rightarrow e^* \subseteq P \setminus c$

ii) $e^* \subseteq c \Rightarrow {}^*e \subseteq P \setminus c$

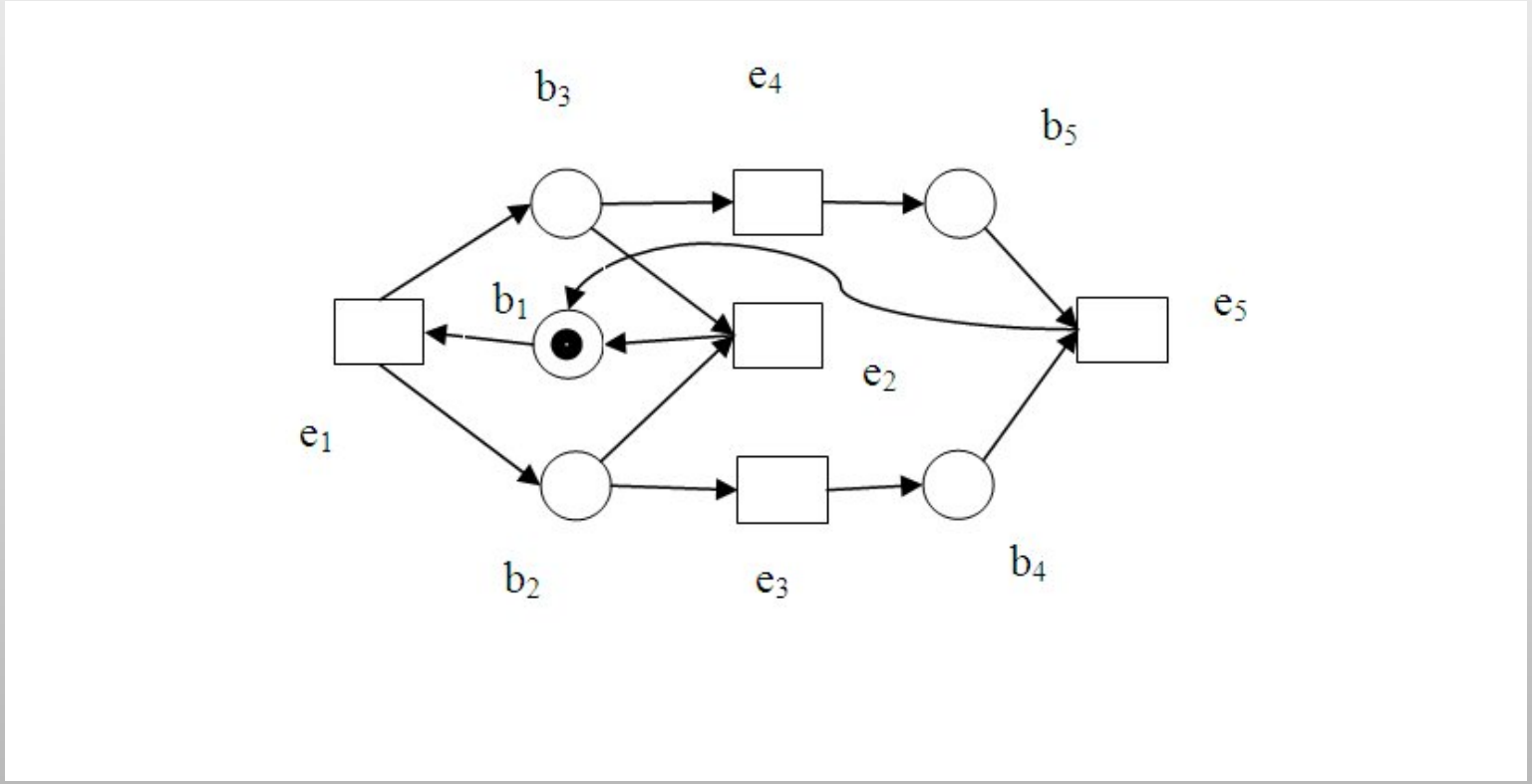
Bezkontaktné C/E systémy

Theorem

i) Každý úplný systém je bezkontaktný.
ii) Pre každý C/E systém Σ existuje bezkonatktný C/E systém Σ' taký, že $\Sigma \simeq \Sigma'$.

Grafická reprezentacia - case graf

Vrcholy - prvky C (t.j. prípady)
Hrany - kroky medzi prípadmi (označené podmnožinami T)



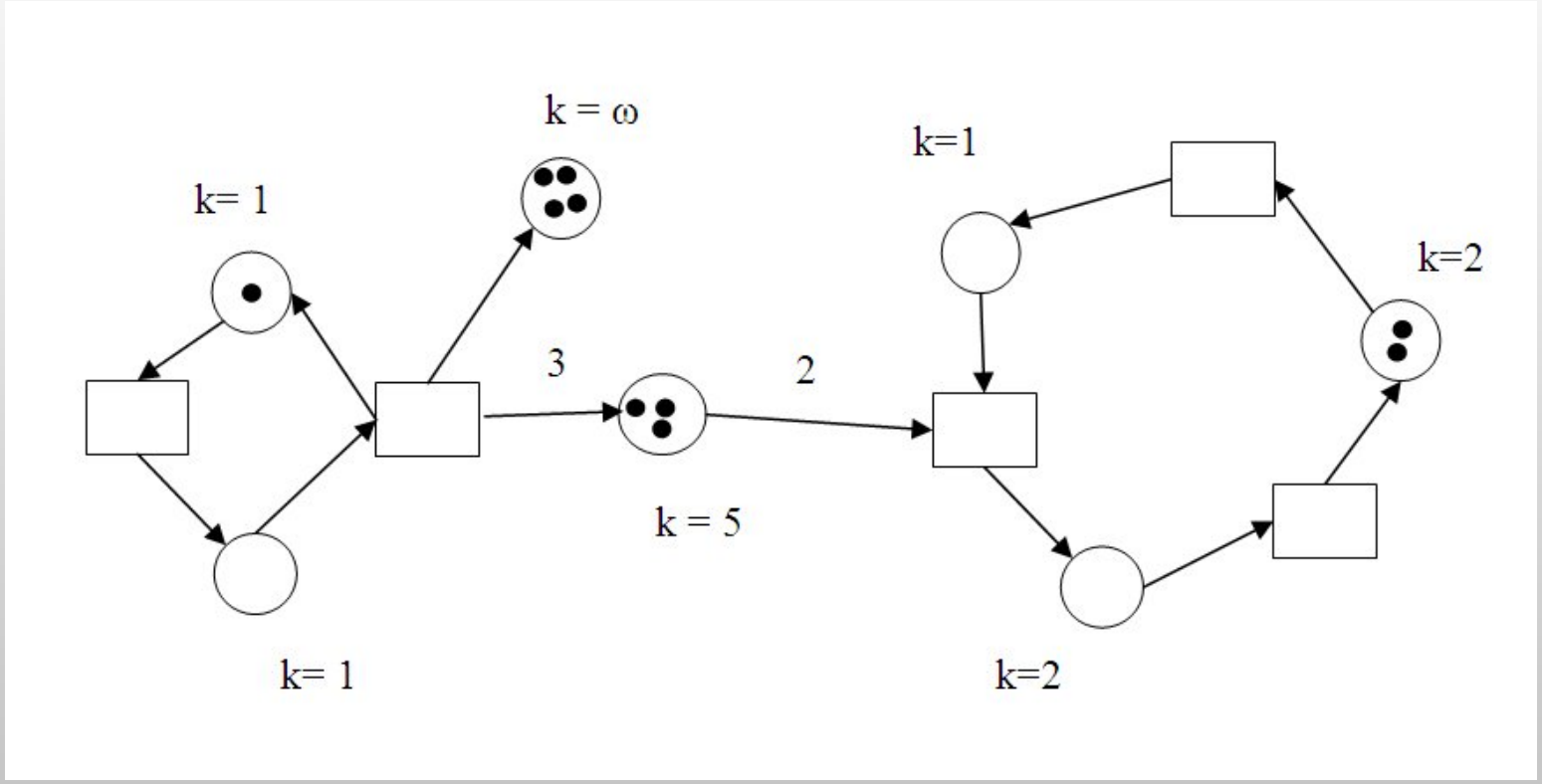
Úloha: Napíšte case graf pre predchádzajúci systém.
Úloha: Napíšte case graf pre systém odpovedajúci $a.b.Nil|c.d.Nil$.

Grafická reprezentacia - case graf

Theorem

C/E systémy su ekvivalentné, ak ich case grafy sú izomorfné.

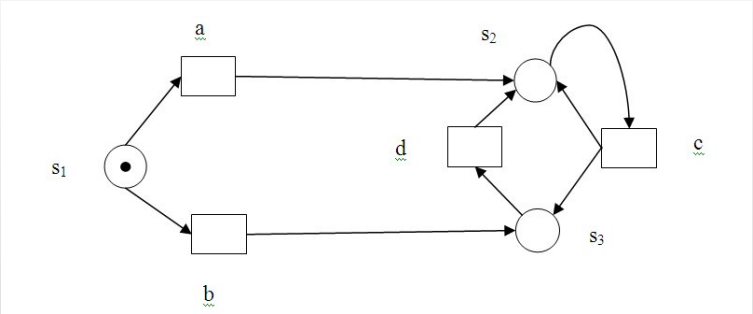
Place / Transition systémy

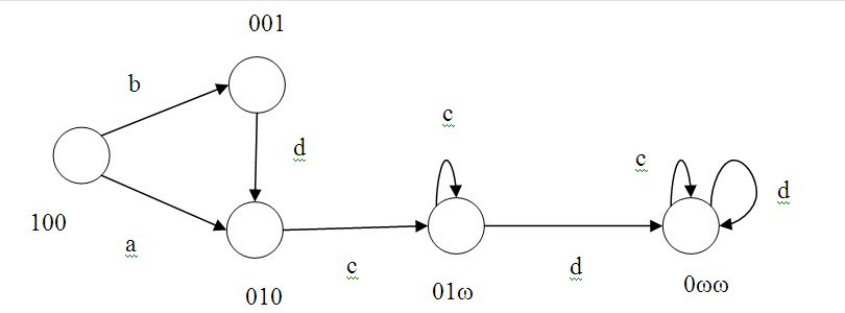


Producent a dvaja konzumenti

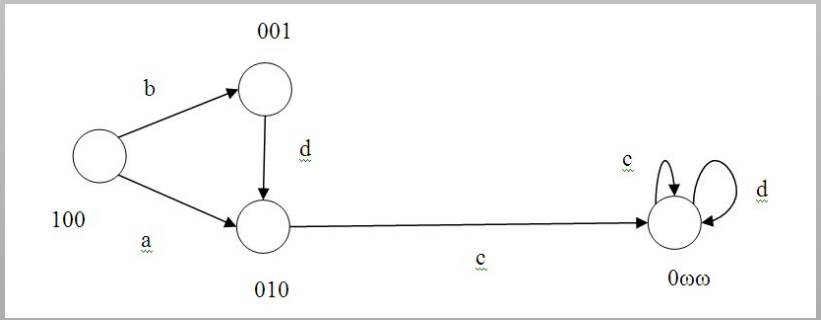
1. zásobník môže obsahovať najviac 5 bodiek
2. producent generuje naraz 3 bodky
3. každý konzument odoberie 2 bodky zo zásobníka
4. najviac jeden konzument má prístup k zásobníku
5. kroky producenta sa počítajú

Place / Transition systémy - grafická reprezentácia

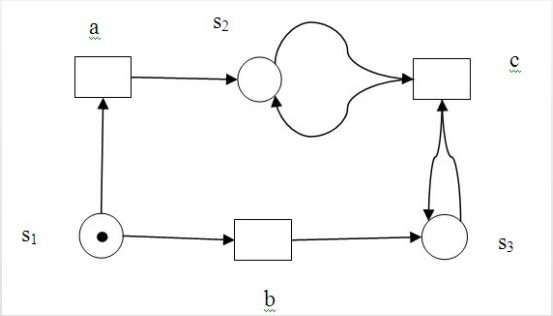


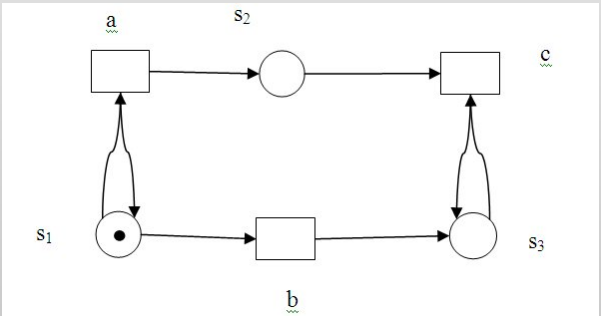


ale aj

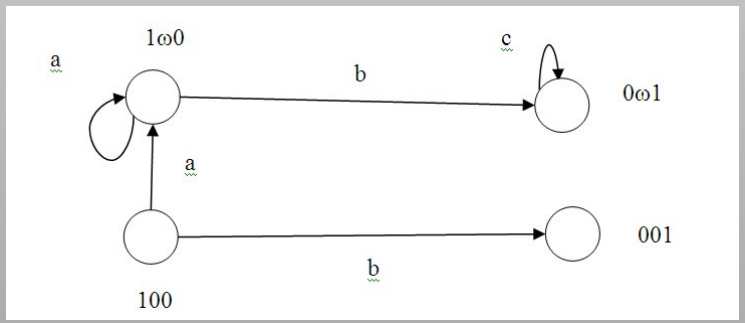


Place / Transition systémy





oba majú rovnaký case graf

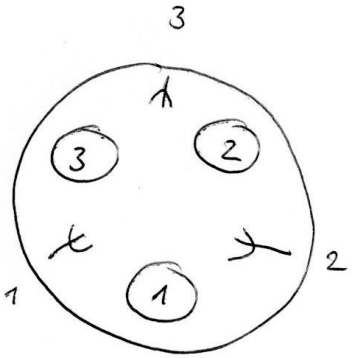


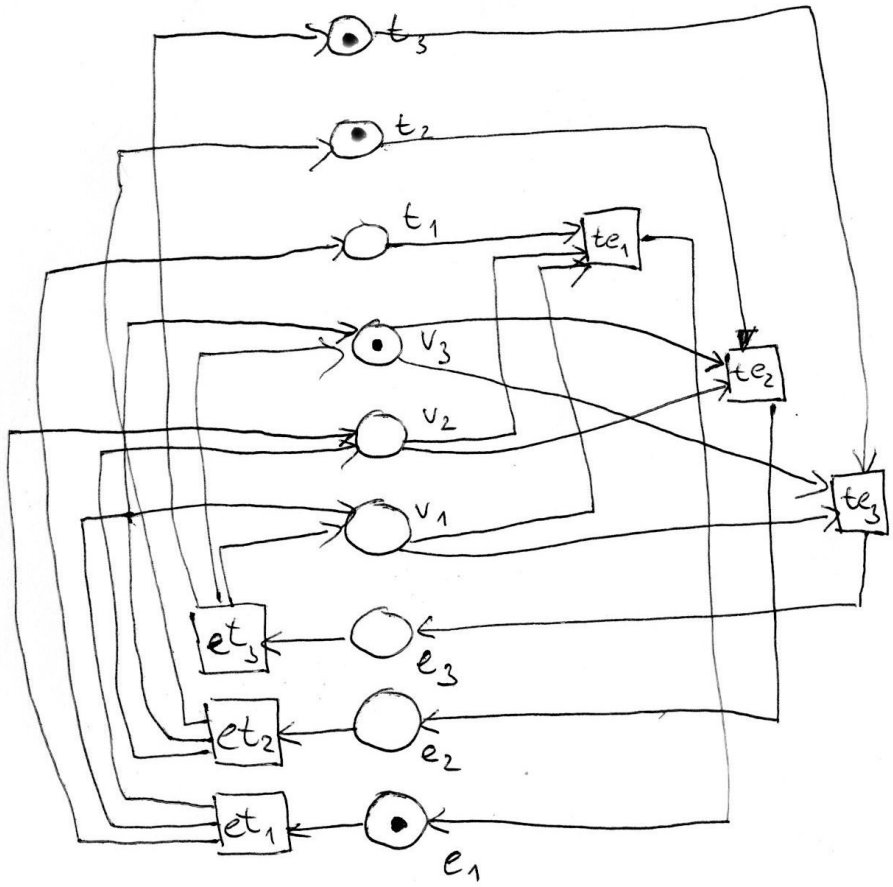
Place / Transition systémy

Problémy:
- dosiahnuteľnosť (EXSPACE-hard)
- liveness
- boundedness

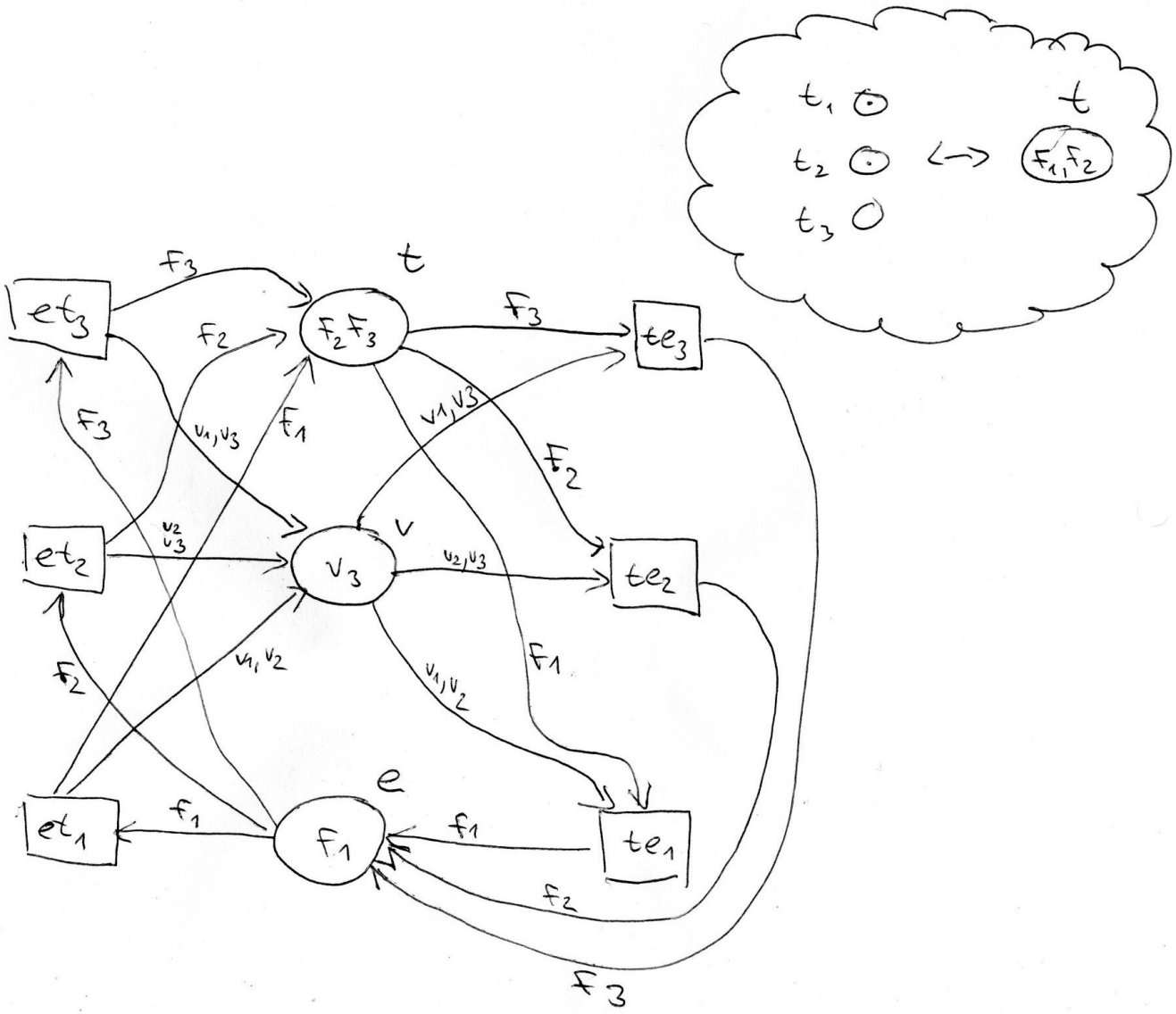
Iné typy:
- reset hrany, vyprázdni miesto - dosiahnuteľnosť sa stáva nerozhodnuteľnou
- inhibitors (test na prázdnosť miesta), sila Turingového stroja
- Coloured Petri Nets
- hierarchical Petri Nets
- časové Petri nets
- Petri nets s prioritami
- ...

Predicate / Event systémy

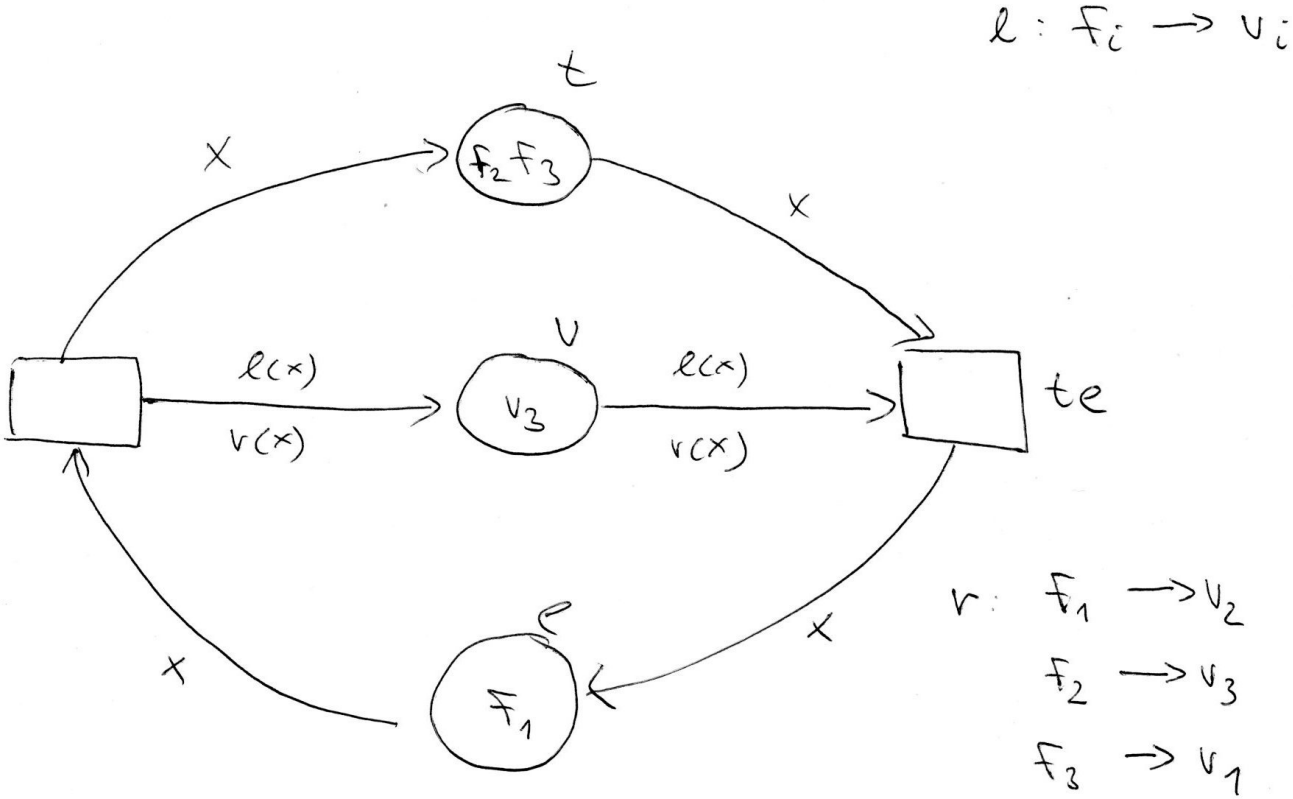




Predicate / Event systémy



Predicate / Event systémy



Coloured Petri nets

Kombinujú silu Petriho sietí a programovací jazyk

Petriho sieť ponúka spôsob vyjadrenia synchronizácie konkurentných procesov.

Programovací jazyk ponúka nástroje na definovanie rôznych dátových typov a spôsob manipuláciu ich hodnôt.

Kombinujú grafický a textový nástroj.

Coloured Petri nets

Miesta (places)

- Meno

- Množina farieb (colours), ktoré možu obsahovať

- Počiatočné ohodnotenie - multimnožina "colours".

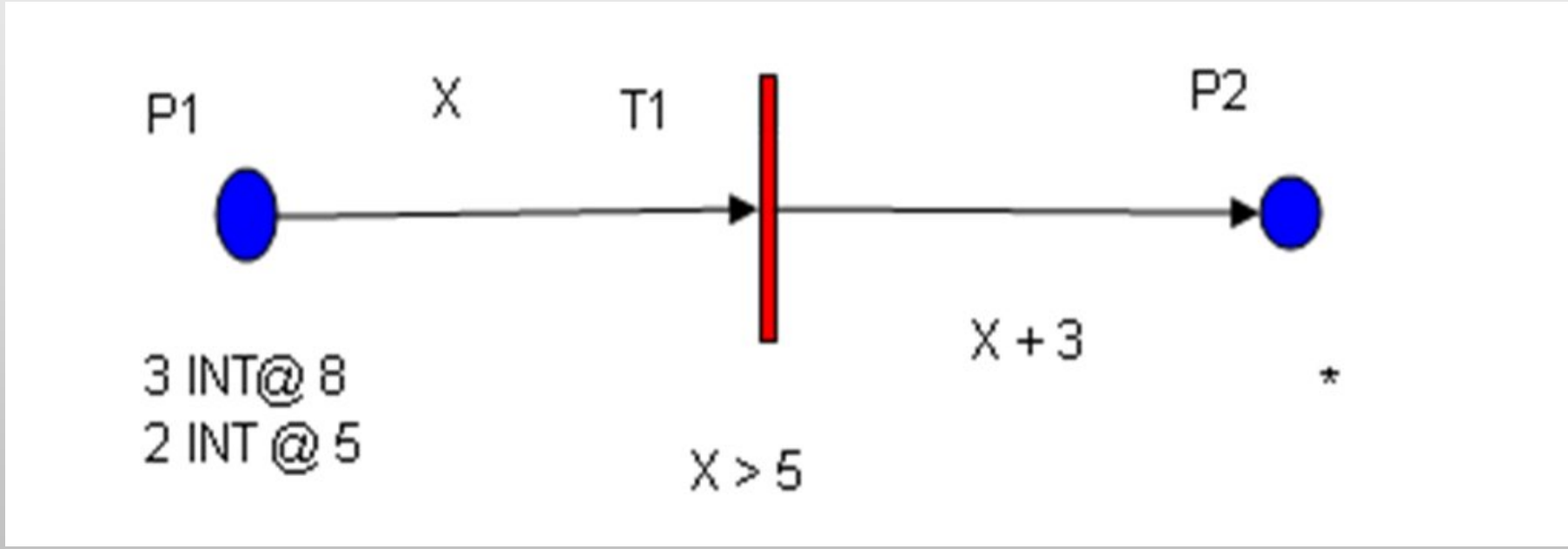
Coloured Petri nets

Prechodu (transitions)

- Meno

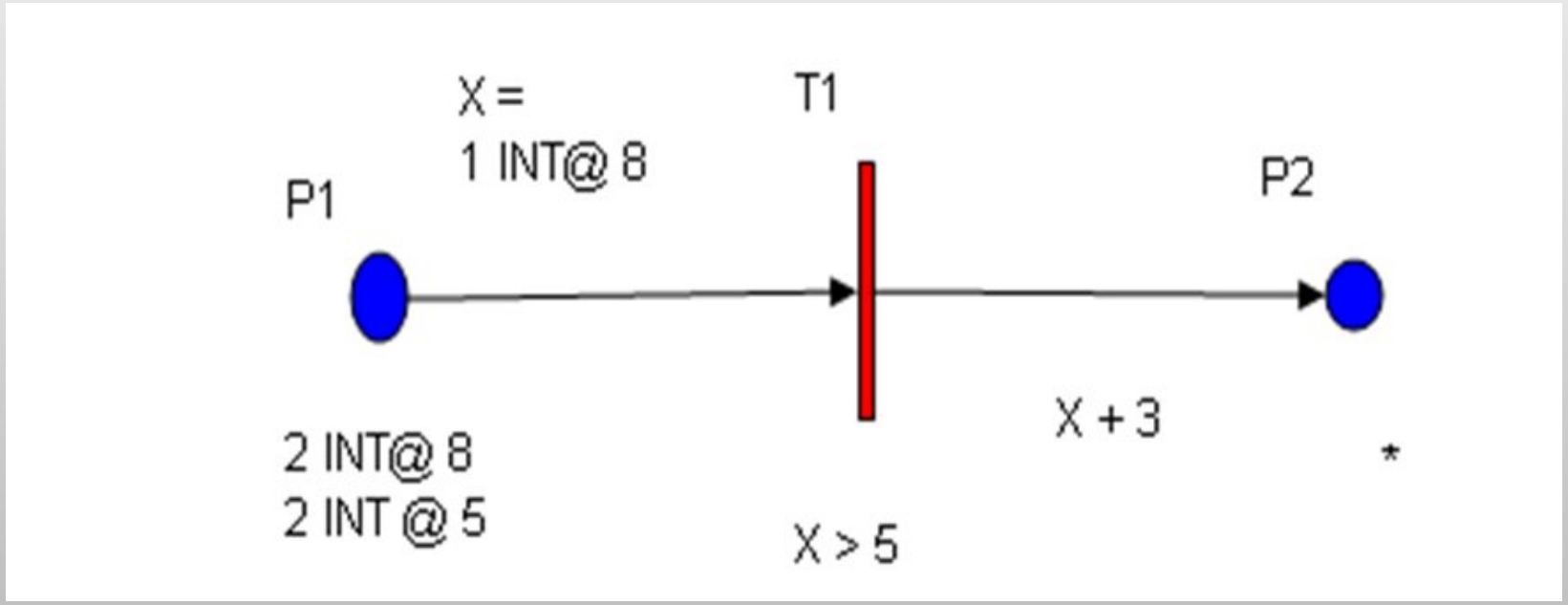
= Guard (stráž) - boolovský výraz, môže obsahovať premenné

Coloured Petri nets

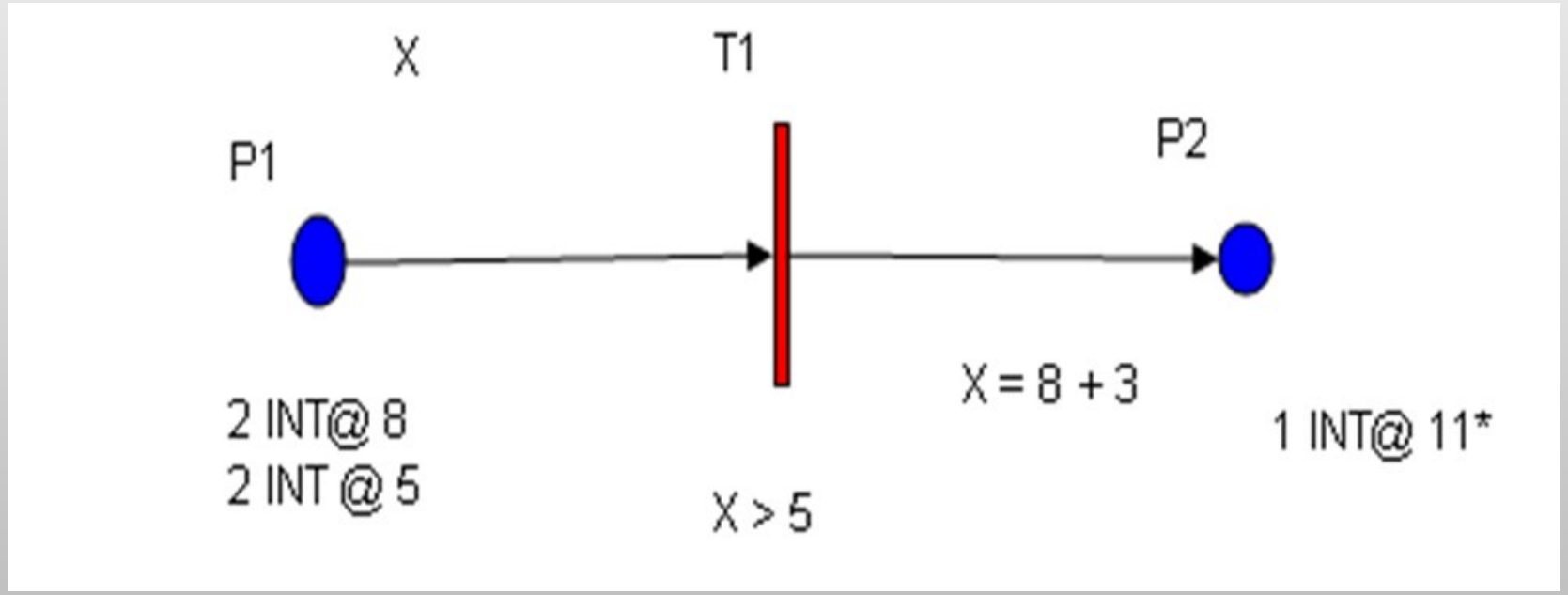


Miesto P1 obsahuje 5 farebných tokenov typu Integer.
3 tokeny majú hodnotu 8 a 2 tokeny hodnotu 5.

Coloured Petri nets



Coloured Petri nets



Coloured Petri nets