Modely konkurentných systémov
Formálne metódy tvorby softvéru

Damas Gruska

Katedra aplikovanej informatiky, I20, gruska@fmph.uniba.sk

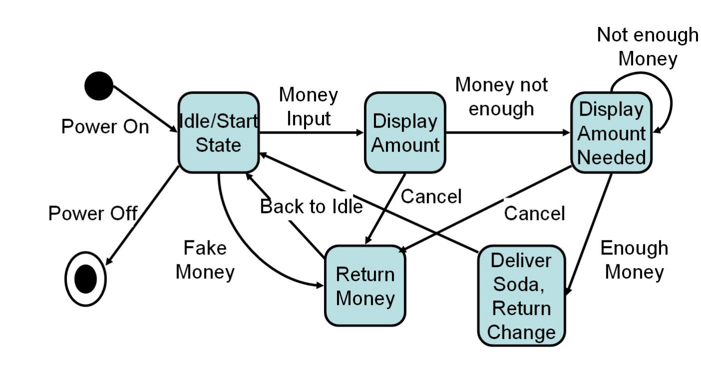
Prednáška 8.

- orientovaný graf,

- vrcholy - stavy,

- hrany označujú prechody, možú byť spojené s akciou alebo podmienkou.

Automat na predaj sódy



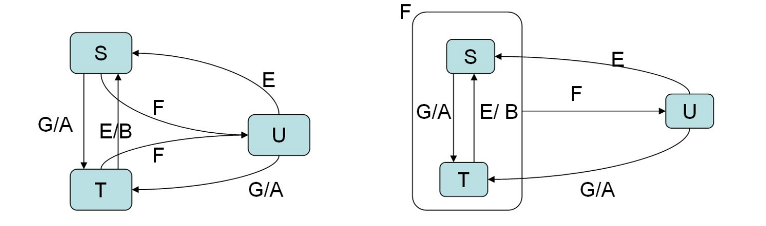
Nevýhody:

- počet stavov a prechodov sa zvyšuje zvyčajne exponencialne s nárastom zložitosti systému.
- neštrukturované diagramy

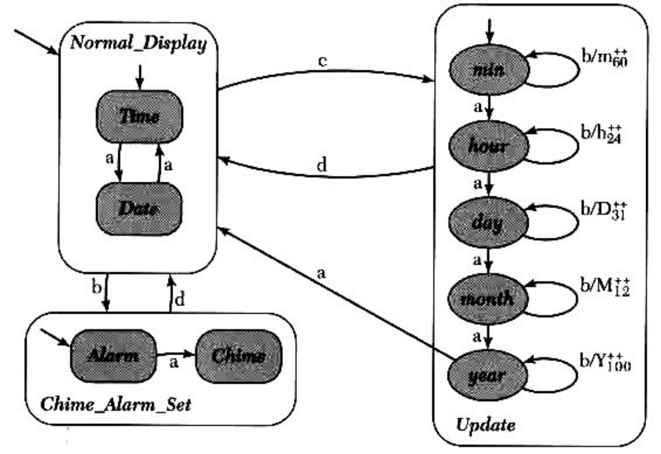
Jedno z riešení:

Statecharts, D. Harel, 1986

State-Transition Diagram vs Statechart

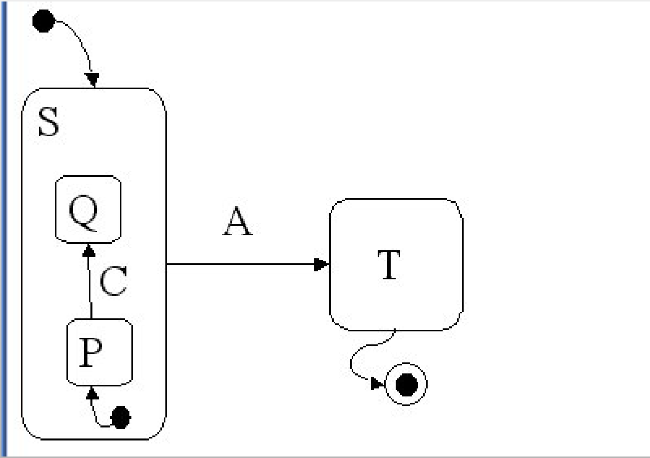


Satecharts

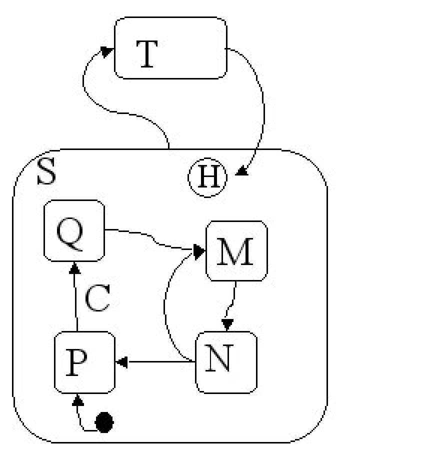


Normal_Display
Time
a
a
Date
c
d
a
b
d
Alarm
a
Chime
Chime_Alarm_Set
min
b/m_{60}^{++}
a
hour
b/h_{24}^{++}
a
day
b/D_{31}^{++}
a
month
b/M_{12}^{++}
a
year
b/Y_{100}^{++}
Update

Satecharts

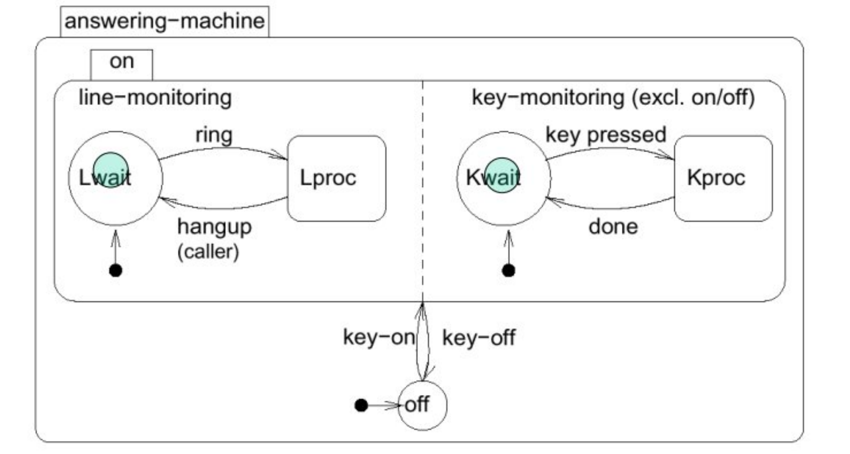


Satecharts



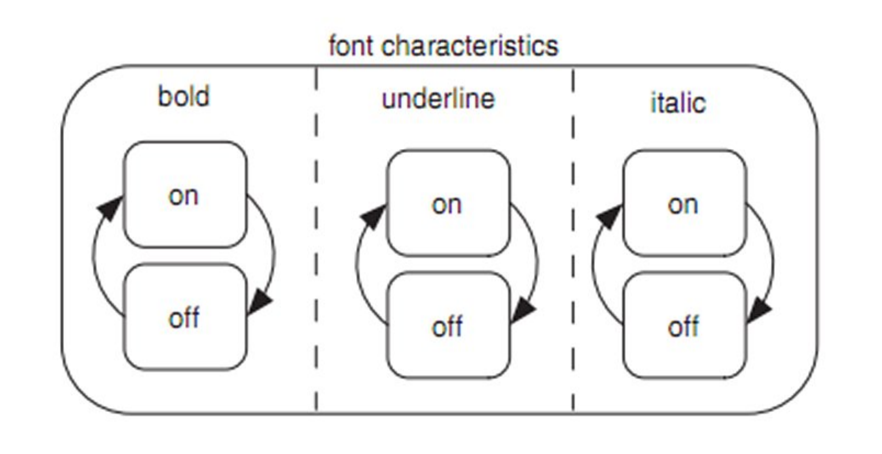
Stav môže mať svoj záznam histórie - miesta opustenia stavu.

Satecharts - AND superstav

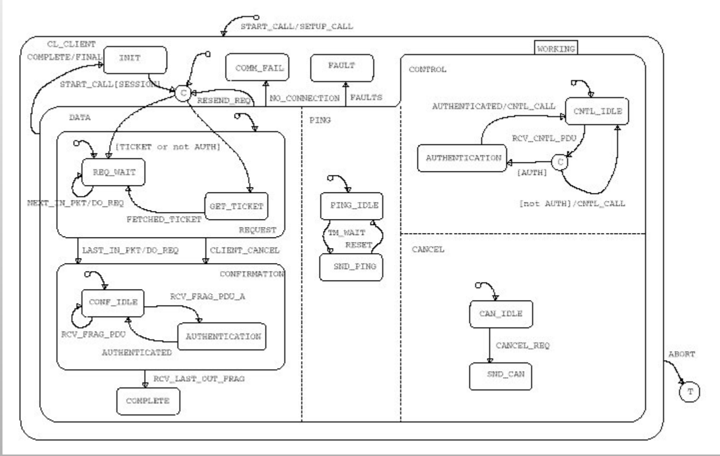


Vstupom do AND superstavu vchádzame do všetkých jeho podstavov.

Satecharts - AND super stav



Remote Procedure Call - protocol CLIENT Machine



ω-automaty

Definition

ω-automat A je štvorica $< L, L^0, \Sigma, E >$, kde

- L je množina miest,
- L^0 je množina počiatočných miest,
- Σ je konečná množina labelov, akcii,
- $E \subseteq L \times \Sigma \times L$ je množina prechodov - $< s, a, s' >$ prechod z miesta s do s', vykoná sa akcia a.

pre $\sigma \in \Sigma^\omega$, $\sigma = a_1.a_2 \ldots$ je beh r

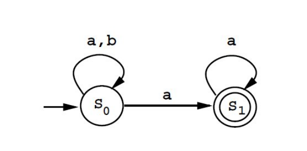
$$r : s_0 \xrightarrow{a_1} s_1 \xrightarrow{a_2} \ldots$$

kde $(s_i, a_{i+1}, s_{i+1}) \in E$ a $s_0 \in L_0$.

Predpokladajme množinu akceptačných miest $F \subseteq L$.

Büchiho akceptačná podmienka - beh je akceptovaný, ak aspoň jedno akceptačné miesto sa v ňom vyskytuje nekonečne veľa krát.

automat akceptujúci $(a+b)^* a^\omega$:

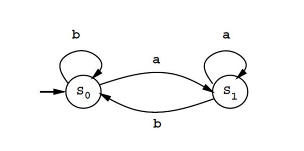


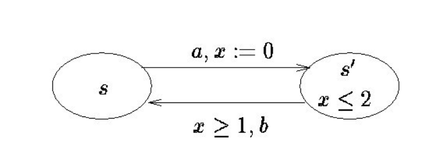
ω-automaty

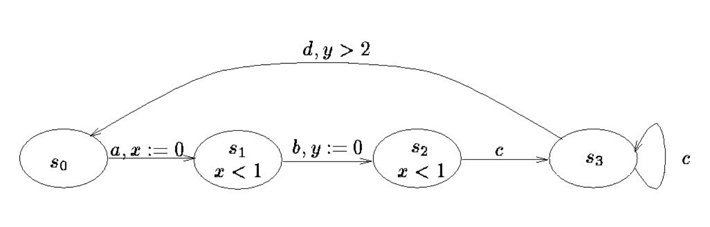
jazyk je ω-regulárny ak ho akceptuje ω-automat s Büchiho akceptačnou podmienkou

Mullerova akceptačná podmienka - nech $\mathcal{F} \subseteq 2^L$
beh je akceptovaný ak všetky miesta v F sa v ňom vyskytuje nekonečne veľa krát pre nejaké $F \in \mathcal{F}$.

deterministický Mullerov automat akceptujúci $(a+b)^*a^\omega$:




$a, x := 0$
s
s'
$x \leq 2$
$x \geq 1, b$


$d, y > 2$
s_0
$a, x := 0$
s_1
$x < 1$
$b, y := 0$
s_2
$x < 1$
c
s_3
c

Predpokladajme množinu hodín X (clocks)
Všetky hodiny "rastú" rovnomerne (čas)
Jednotlivé hodiny značíme $x, y, \ldots$
clock valuácia množiny hodín X: zobrazenie $v : X \to \mathbb{R}$
Pre clock valuácia v a čas t znamená $v + t$ clock valuácia takú, že $(v + t)(x) = v(x) + t$.
Pre clock valuáciu v a podmnožinu hodín $Y \subseteq X$ bude $v[Y := 0]$ označovať clock valuáciu takú, že $v[Y := 0](x) = 0$ pre $x \in Y$ a inak $v[Y := 0](x) = v(x)$.
Daná množina X, uvažujme množinu clock obmedzení hodín X, označenú $\Theta(X)$ definovanú gramatikov

$$\theta ::= x < c \,|\, x \leq c \,|\, c < x \,|\, c \leq x \,|\, \theta_1 \wedge \theta_2$$

kde $x \in X$ a $c \in \mathbb{Q}$

Časové automaty

Definition

Časový automat A je šestica $< L, L^0, \Sigma, X, I, E >$, kde

- L je množina miest,
- L^0 je množina počiatočných miest,
- Σ je konečná množina labelov, akcii,
- I zobrazenie, ktorá každému miestu priradí clock obmedzenie z $\Theta(X)$,
- $E \subseteq L \times \Sigma \times 2^X \times \Theta(X) \times L$ je množina prechodov - $< s, a, Y, \theta, s' >$ prechod z miesta s do s', vykoná sa akcia a, resetujú sa hodiny Y a celé sa to môže vykonať, ak platí θ.

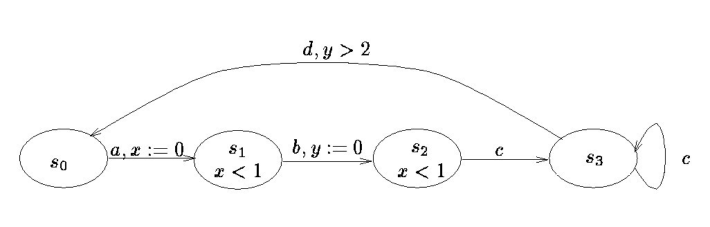
Časové automaty

Stav automatu A - S_A je dvojica (s, v) kde s je meisto a v je clock valuácia.

Zmena stavu:

- v dôsledku plynutia času: $(s, v) \xrightarrow{\delta} (s, v + \delta)$, $\delta \geq 0$ ak $\forall \delta', 0 \leq \delta' \leq \delta$, $v + \delta'$ vyhovuje $I(s)$,

- v dôsledku zmeny miesta: $(s, v) \xrightarrow{a} (s', v[Y := 0])$ ak existuje hrana z s do s' s labelom $< s, a, Y, \theta, s' >$ a valuácia v spĺňa θ.



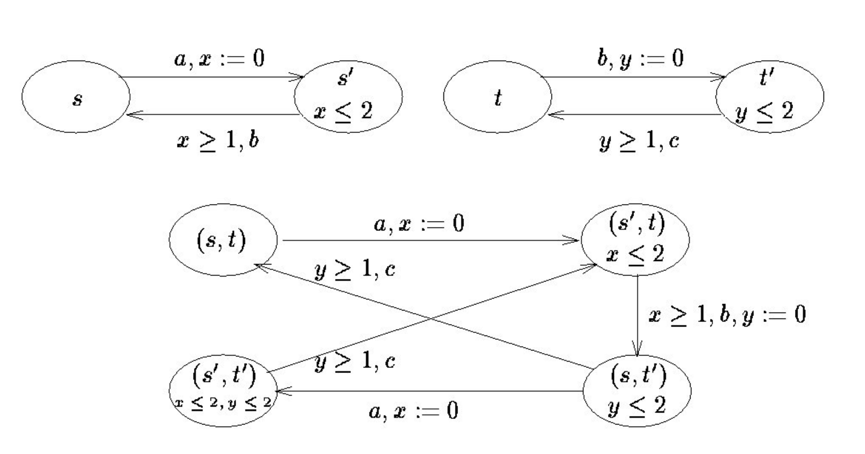
$$(s_0, 0, 0) \xrightarrow{1.2} (s_0, 1.2, 1.2) \xrightarrow{a} (s_1, 0, 1.2) \xrightarrow{0.7} (s_1, 0.7, 1.9)$$
$$(s_1, 0.7, 1.9) \xrightarrow{b} (s_2, 0.7, 0) \xrightarrow{0.1} (s_2, 0.8, 0.1)$$

Súčin automatov

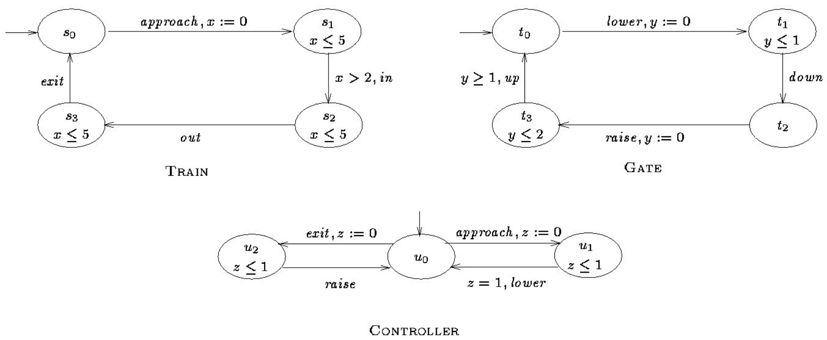
Nech $A_1 =< L_1, L_1^0, \Sigma_1, X_1, I_1, E_1 >$ a
$A_2 =< L_2, L_2^0, \Sigma_2, X_2, I_2, E_2 >$ sú dva časové automaty.
Nech majú disjunktné množinu hodín.
Definujeme časový automat
$A_1 || A_2 =< L_1 \times L_2, L_1^0 \times L_2^0, \Sigma_1 \times \Sigma_2, X_1 \cup X_2, I, E >$ kde
$I(s_1, s_2) = I_1(s_1) \wedge I_2(s_2)$ a labely sú definované nasledovne

1. pre $a \in \Sigma_1 \cap \Sigma_2$ a pre $< s_1, a, Y_1, \theta_1, s_1' > \in E_1$, $< s_2, a, Y_2, \theta_2, s_2' > \in E_2$, E obsahuje $< (s_1, s_2), a, Y_1 \cup Y_2, \theta_1 \wedge \theta_2, (s_1', s_2') >$
2. pre $a \in \Sigma_1 \setminus \Sigma_2$ a pre $< s_1, a, Y_1, \theta_1, s_1' > \in E_1$, $s_2 \in L_2$, E obsahuje $< (s_1, s_2), a, Y_1, \theta_1, (s_1', s_2) >$
3. pre $a \in \Sigma_2 \setminus \Sigma_1$ a pre $< s_2, a, Y_2, \theta_2, s_2' > \in E_2$, $s_1 \in L_1$, E obsahuje $< (s_1, s_2), a, Y_2, \theta_2, (s_1, s_2') >$

Časové automaty



Vlak - závory - kontroler



Časové automaty - dosiahnuteľnosť

Miesto s časového automatu A je dosiahnuteľné ak nejaký stav q s miestom s je dosiahnuteľný pre A.

Vstup pre problém dosiahnuteľnosti je množina $L^F \subseteq L$ cieľových miest. Úlohou je zistiť, či nejaké z týchto miest je dosiahnuteľné.

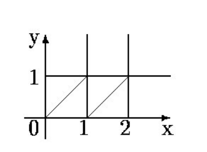
Časové automaty - dosiahnuteľnosť

Časová abstrakcia - abstrahujeme čas

predpokladáme, že všetky konštanty v $\Theta(X)$ sú celočíslené.

nech najväčšia konštanta v obmedzeniach pre hodiny x je c_x.

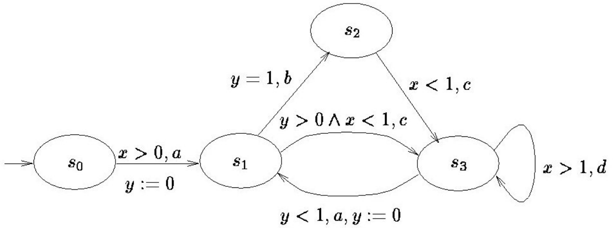
Príklad: nech $c_x = 2$, $c_y = 1$. Odpovedajúci clock región je:



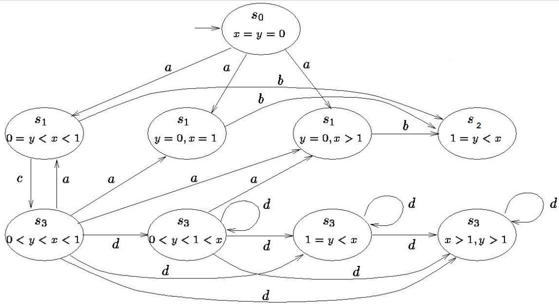
dva stavy (s, v) a (s', v') sú ekvivalentné $(s, v) \cong (s', v')$ ak $s = s'$ a v a v' patria do toho istého regiónu.

abstrahujme čas - bude reprezentovaným regiónom a vznikne regiónový automat

Časové automaty



Odpovedajúci regiónový automat.



Theorem

Nech A je časový automat s n miestami a k hodinami, pričom najvačšia konštanta v obmedzeniach pre hodiny je c. Potom problém dosiahnuteľnosti (A, L^F) je riešiteľný v čase $n.2^{O(k \log(kc))}$ a je PSPACE úplný.

ak by sme povolili obmedzenia pre hodiny napr. v tvare $x = 2y$ problém by sa stal nerozhodnuteľný.

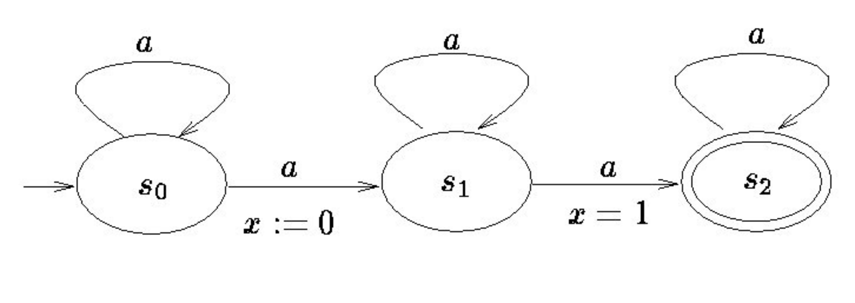
Časové automaty

časová postupnosť - monotónna neohraničená postupnosť reálnych čísiel τ - $\tau_1, \tau_2, \ldots$

postupnosť δ akcií zo Σ - $\delta_1, \delta_2, \ldots$

časové slová: $(\delta_1, \tau_1), (\delta_2, \tau_2), \ldots$

Automat akceptuje časové slovo ak existuje taký výpočet, keď niektoré z koncových miest je nekonečne veľa krát navštívené (Büchi).



Jazyk akceptovaný týmto automatom:

$$\{(a^\omega, \tau) | \text{ existuje } i, j, 1 \leq i < j, \tau_j = \tau_i + 1\}$$

Pre komplementárny jazyk neexistuje časový automat.

Časové automaty

Theorem

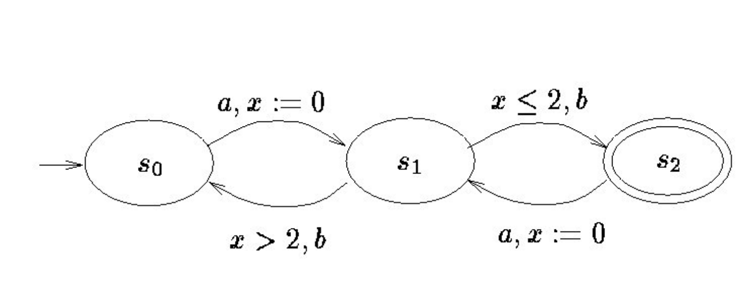
Trieda časových jazykov je uzavretá vzhľadom an zjednotenie a prienik ale nie vzhľadom na komplement.

Deterministické časové automaty:

- len jedno počiatočné miesto

- ak sú dva prechody z toho istého miesta označené tou istou akciou, tak prienik clock obmedzení musí byť prázdny.

Časové automaty - deterministické



Jazyk akceptovaný týmto automatom:

$$\{((ab)^\omega, \tau) | \text{ pre nekonečne veľa } i, \tau_{2i} - \tau_{2i-1} \le 2\}$$

Theorem

Trieda deterministických časových jazykov je uzavretá vzhľadom na komplement.