

PPaDS Úloha 12 (Dária Čárska)

1. Dokážte, že úloha nemá riešenie pre 3 procesy (vrátane generála), ak je jeden z nich nespoľahlivý.

Dokážeme, že úloha nemá riešenie pre 3 procesy pre oba možné prípady, ktoré môžu nastať:

- ❖ Prvý prípad je, že máme spoľahlivého generála, jedného spoľahlivého vojaka a jedného nespoľahlivého vojaka. Podľa špecifikácie má na začiatku každý spoľahlivý vojak nastavenú svoju hodnotu na neútočenie (platí $\neg d^0[u]$) a svoju hodnotu $d[u]$ v kole r môže zmeniť, len ak platí:

$d^{r-1}[u] \vee (con^r[u, *] \geq r \wedge con^r[u, g])$. V našom prípade táto podmienka môže byť splnená nanajvýš v druhom kole, pretože pre vyššie r už len samotný počet ostatných procesov nie je väčší rovný ako 3. Uvediem príklad, kedy to nebude splnené. Ak platí $d^0[g]$, tak platí aj $con^r[u, g]$ pre $r \geq 1$. Tým pádom sa zameriame na $con^r[u, *] \geq r$ a ukážeme, že to nemusí platiť ani v prvom ani druhom kole. Ak nespoľahlivý vojak má v oboch kolách nastavenú svoju hodnotu na false, tak podmienka nebude splnená. V prvom kole je $con^r[u, *] = 0$, pretože on sám je defaultne nastavený na false a nespoľahlivý vojak je tiež nastavený na false a v druhom kole je znova $con^r[u, *] = 0$, keďže nespoľahlivý vojak má nastavenú hodnotu na false.

- ❖ Druhý prípad, ktorý môže nastať je, že máme nespoľahlivého generála a dvoch spoľahlivých vojakov. Môže nastať situácia, že v prvom kole si každý vojak nastaví inú hodnotu, pretože generál im poslal rôzne hodnoty. Tieto hodnoty už ďalej nevedia zmeniť a tým pádom nie je splnená úloha.

2. Rozdelíme si to na 3 možné prípady, ktoré môžu nastať.

- ❖ Ak sú všetci spoľahliví, tak to platí, pretože všetci pošlú ostatným vojakom hodnotu, ktorú dostali od generála a tým, že všetci majú nastavenú rovnakú hodnotu, ktorú dostali od generála, tak podľa väčšinového princípu si zachovávajú hodnotu, ktorú si na začiatku nastavili.

- ❖ Ak je generál spoľahlivý, dvaja vojaci sú tiež spoľahliví a jeden vojak je nespoľahlivý, tak po prijatí správy generálom majú spoľahliví vojaci nastavenú tú istú hodnotu od generála a nespoľahlivý má ľubovoľnú hodnotu. Po prijatí správ od ostatných vojakov dostane každý spoľahlivý vojak 1 hodnotu od spoľahlivého vojaka a 1 hodnotu od nespoľahlivého. Tým pádom prevláda jeho hodnota, ktorá je určite totožná s hodnotou spoľahlivého vojaka a túto hodnotu si teda nastaví. Nespoľahlivý vojak dostane dve rovnaké hodnoty od spoľahlivých vojakov, ktoré prevládajú nad jeho nastavenou hodnotou, takže by si mal nastaviť hodnotu spoľahlivých vojakov, ale tým, že je nespoľahlivý tak si môže predstavovať hodnotu ako chce, ale to nijak nekazí riešenie úlohy, keďže spoľahliví vojaci si určite nastavili rovnakú hodnotu.
- ❖ Ak je generál nespoľahlivý a 3 vojaci spoľahliví, tak to tiež bude fungovať, pretože vojaci síce môžu dostať rôzne správy, ale tým že sú spoľahliví, tak si napevno nastaví svoje hodnoty a tie pošlú. Každý spoľahlivý vojak bude teda vyhodnocovať tri hodnoty a podľa väčšinového princípu vždy prevládne tá istá hodnota u všetkých vojakov, takže si každý nastaví tú istú hodnotu a úloha je splnená.

Algoritmus však nebude fungovať pre viac hodnôt ako dve. Ukážem na príklade, že už pri 3 rôznych hodnotách to nefunguje. Ak by bol napríklad generál nespoľahlivý a všetci vojaci spoľahliví, tak by generál mohol poslať každému vojakovi inú hodnotu. Tým pádom by pri väčšinovom rozhodovaní už nebolo jasné na základe troch rôznych hodnôt vojakov, ktorá hodnota prevláda a väčšinový princíp by sa nedal uplatniť.

3. Predstavené riešenie bude fungovať, pretože predtým sme predpokladali, že nespoľahlivý proces môže klamať aj o stavoch iných procesov, keď sa ho niekto spýta. Tým pádom touto zmenou nič nepokazíme, pretože len dodáme prísnejšiu podmienku, že nemôžu klamať o stavoch iných procesov a teda aj nespoľahlivé procesy budú vracat' vždy pravdivé hodnoty $obs^r[z, x]$. Vieme upraviť program tak, že priradenie E3 v programe zmeníme na $sum^r[y, x] > 0$, čiže nám stačí, že nejaký proces si o x myslí, že útočiť, keďže nespoľahlivé procesy nemôžu v tomto klamať. V priradení E5 bude stačiť nastaviť hranicu, že

$sum^r[y, x] > (\text{počet procesov}/2)$, čiže stačí nadpolovičná väčšina ak si myslia o x , že útočí.

4. Ak všetky spoľahlivé procesy si nastaví hodnotu na počiatočnú hodnotu generála $d^0[g]$ hneď v prvom kole a hodnoty $byz[u]$ sa rovnajú už po prvom kole.
5. Áno, dá sa nájsť jednoduchšie riešenie. Tým, že všetci dostanú tú istú správu od generála v nultom kole, tak si ju všetky spoľahlivé procesy vedú nastaviť hneď v prvom kole rovnako a už bude rovno splnená podmienka, že všetky spoľahlivé procesy majú vo svojej premennej $byz[u]$ nastavenú tú istú hodnotu, takže po prvom kole je už úloha splnená.

Program

initially

$\langle \forall y: y \neq g :: d^0[y] = false \rangle$

assign

$\langle \forall y: y \neq g :: byz[y] = d^0[g] \rangle$